研究成果

橋本 要　(h-kaname@sci.osaka-cu.ac.jp)

ホロノミー群が特殊ユニタリー群 $SU(n)$ の部分群に対応する Kähler 多様体を Calabi-Yau 多様体とよぶ. Harvey と Lawson はキャリブレーションを利用してホモロジー体積最小性を持つ部分多様体を構成する方法を与え, 特殊ホロノミー群をもつリーマン多様体において, ホモロジー類内で体積最小となる極小部分多様体の例を数多く構成した. 特に, Calabi-Yau 多様体の場合, 複素体積形式の実部がキャリブレーションになり, これによってキャリブレートされる部分多様体を特殊ラグランジュ部分多様体という. Strominger, Yau, Zaslow によって複素 3 次元 Calabi-Yau 多様体の間のミラー対称性は特殊ラグランジュ トーラスの双対ファイブレーションによって, 幾何学的に解釈できると予想した. このことからも, 特殊ラグランジュ部分多様体に興味が持たれている.

階数 1 のコンパクト型対称空間 G/K の余接束上には Stenzel が構成した余等質性 1 の Calabi-Yau 計量が知られている. この Stenzel 計量に関して, Ionel と Min-Oo は 3 次元球面の余接束内に 2 次元トーラスの作用で不変な特殊ラグランジュ部分多様体, Anciax は n 次球面の余接束内に $SO(n)$ の作用で不変な特殊ラグランジュ部分多様体を構成した.

これらの, 拡張として球面 S^n 内の余接束 T^*S^n 内に $SO(p)\times SO(q)$ $(p+q=n+1)$ の作用で不変な特殊 Lagrange 部分多様体を構成し, 分類をおこなった (論文 [1]). これは運動量写像を用いて余等質性 1 の ラグランジュ部分多様体を構成し, これが特殊ラグランジュ部分多様体になるための条件を常微分方程式によって与えるという手法である. さらに, この常微分方程式を解析することによって漸近挙動や特異点の様子を調べた.

球面内の等質超曲面は階数 2 の対称空間の線形イソトロピー表現として得られることが知られており Hsiang と Lawson により分類されている. 論文 [1] では $SO(p)\times SO(q)$ の $\mathbb{R}^{p+q}$ への作用の軌道として得られる等質超曲面をもとに議論をしているこのになる. したがって, この分類を用いて古典型の場合について論文 [1] と同様に運動量写像を用いる方法でラグランジュ軌道を決定し, 特殊ラグランジュ部分多様体となる条件を求めた. (論文 [2]).

間下 克哉氏 (法政大) との共同研究において, 例外型も含めたすべての階数 2 の対称空間の線形イソトロピー表現の場合について統一的な証明を与え, 漸近挙動や特異点の様子を調べている (論文 [3]).