研究計画

1. <u>Kähler 多様体内の等質ラグランジュ部分多様体の分類とハミルトン安定性</u>

   Kähler 多様体内の等質ラグランジュ部分多様体の分類問題はシンプレクティック幾何学, 微分幾何学の両者の立場からして, 興味深く重要な問題である. 例えば, コンパクト等質ラグランジュ部分多様体は必然的にハミルトン極小 (H-極小) であり, そのハミルトン安定性は, 調和解析を用いて詳しく調べられる. 最近, Bedulli-Gori らが複素射影空間 $\mathbb{C}P^n$ 内の, Ma-Ohnita らが複素二次超曲面 $\mathbb{Q}_n(\mathbb{C})$ 内のコンパクト等質ラグランジュ部分多様体の (一部または完全な) 分類を与え, Ma-Ohnita らはさらにそのハミルトン安定性を決定した. $\mathbb{C}P^n$ に埋め込まれた極小ラグランジュ部分多様体は常にハミルトン安定か?という Oh や Ohnita の問題を考える上でも, Bedulli-Gori らの分類をもとに, それらのハミルトン安定性を決定することは重要であると考えている. また, それらの Maslov 類を計算することも応用上重要である.

   また, Oh による予想「Kähler-Einstein 多様体内の Einstein な実形はハミルトン体積最小であるか」にアプローチするために, 等質 Kähler-Einsiten 多様体, すなわち複素旗多様体内の実形の H-安定性を考察したい. まずは, Besse の意味での標準的複素構造に付随する Kähler-Einstein 構造を持つ複素旗多様体内の極小ラグランジュ部分多様体の H-安定性などの基本的な性質を調べたい.

2. <u>複素二次曲面内の H-極小ラグランジュ曲面の構成</u>

   F. Hélein, P. Romon は, 複素 2 次元のエルミート対称空間内のハミルトン極小ラグランジュ部分多様体の定める非線形偏微分方程式が, 可積分系として定式化できることを示し, DPW 法が適用できることを示した. 実際, Hélein-Romon, H. Ma らは, $\mathbb{C}^2$, $\mathbb{C}P^2$ の場合に, H-極小ラグランジュ曲面に対する Weierstrass 型の表現公式を与え, H-極小トーラスの構成と分類を与えた. 本研究では, 彼らの方法を応用して, 複素二次超曲面内の H-極小ラグランジュ曲面の可積分系理論による構成とトーラスの分類を与える.