

次の4つの主題に絞って概接触コンフォリエーションの研究を行う。

i) 接触構造の Poisson 構造への収束

[13]では、接触多様体が(特異)トラス束の構造をもち、Reeb場 X がその各ファイバーに接している場合に、 X の Birkhoff 断面を構成する方法が得られた。これを用いていくつかの接触構造に都合のよい綴じを持つオープンブック分解を関連付けることができる。ここで綴じが一定の条件を満たせば、[11]の結果から、接触構造を Poisson 構造にまで変形する概接触コンフォリエーションの族が得られることになる。実際、[13]の結果はこの方針に従って得られたものである。

ii) 複素特異点論

回転的接触部分多様体は、標準的なオープンブックを部分多様体の接触構造に付随するシンプレクティックオープンブックに引き戻すような嵌め込みや埋め込みのことであり、閉組み紐の(曲面組み紐等とは異なる方向への)一般化と考えることができる。この観点からいくつかの複素特異点の記述を行う。Milnor 束が引き戻されたオープンブックのモノドロミーだけを見ているのに対し、回転的部分多様体は紐の組み方、すなわち嵌め込みや埋め込みの仕方に関わる。

iii) 接触多様体と Legendre 部分多様体

閉接触 $(2n+1)$ -多様体が接触 $(4n+3)$ -多様体に Legendre 部分多様体 L として嵌め込まれたとする。これを摂動して接触嵌め込みにすることは、任意の接触構造が余接束 T^*L の零断面に近い断面として実現できることから容易である。ところがそのことはまた L が接触構造についての情報を持たないことを意味している。他方もし同じ接触多様体が接触 $(4n+1)$ -多様体に Legendre 部分多様体の和として嵌め込まれたとすると、それは余次元1の葉層を持つことになる。従ってもし接触嵌め込みの族がこの嵌め込みに収束するとすれば、接触構造がこの葉層へ収束することになる。[8]はその例であり、他の例を探すことが課題である。

iii) 振れ Jacobi 構造

Poisson 構造(葉向シンプレクティック構造)、Jacobi 構造(葉向接触構造)およびそれらの類似品は物理学者を含む多くの研究者によって研究されてきた。振れ Jacobi 構造(本質的には Weinstein による)はそうしたもののうちでも極端に広い概念であり、Poisson 構造と接触構造の両方を含むものである。[11]に書いたように、我々の概接触コンフォリエーションもまた振れ Jacobi 構造であるが、そこでの定式化をよりきちんとしたものに仕上げるのが課題である。

iv) 3次元性

過旋接触構造に関する Eliashberg の h-原理に関していえば、3次元の場合と全く同じことが高次元でも起こっている。また Martínez Torres は閉多様体上の余階数1の Poisson 構造が、 $d\omega = 0$ の場合に「トートな芯棒」、すなわち、3次元部分多様体 Γ であって、 Γ にはトート葉層が誘導され、Poisson 構造の各葉と Γ の交わりは一枚の葉であるものを発見した。任意の概接触コンフォリエーションが3次元の対象への縮退を持つと確信するには他にも証拠がほしいところである。