

## 研究計画

ランダム力学系において度々観察される興味深い対象として、ノイズ誘起現象、つまり複数の大きく性質の異なるパラメータが混在している力学系のパラメータ族において、ノイズを導入することによって発生する特定の性質の安定化がある。その多くは数値実験などの観測結果であって、数学的に証明されたものではないが、1986年のKatokとKiferの仕事からはじまる一連の仕事（単峰写像におけるノイズによるカオスの性質の安定化）など数学的事実として知られているものもあり、申請者の以前の結果 [1] も広くはこの文脈から研究されたものである。申請者は、このようなノイズ誘起現象、ランダム力学系特有の現象に広く興味があり、具体的には以下のような研究を計画している。

### 部分拡大写像

[1] で行なった研究に関連する問題として以下の2つの問題を考えている。1つ目として、[1]の通常性の結果の非線形の場合への拡張を考えている。これに関しては、最近辻井およびWittstenとの共同研究の中で結果が得られたため、現在投稿準備中である。この論文には2008年の辻井の結果における証明のアイデアを明瞭に打ち出すという狙いもある。2つ目として、上記の結果および[1]の準備をもとに、摂動前の力学系が横断性条件を満たさない場合にも、摂動が“絶対連続かつ強く混合的”であれば、摂動を受けた力学系はaceipを持ちその相関関数が指数的に減衰することを証明できると考えている（Wittstenとの共同研究）。これは、部分拡大写像のクラスでは相関関数が減衰するものとそうでないものが混在するという事実を思い起こせば、新しいノイズ誘起現象の1つであると考えられることができる。

### Mañéの二分法 / Singerの周期点定理

Mañéは1985年、“臨界点、吸引点、中立周期点を含まない不変集合上において、1次元力学系は双曲的であるか平行移動に共役であるかのいずれかである”という二分法を示した。申請者ははじめ、この結果をランダムな1次元力学系へ拡張した場合、ノイズ空間は力学系が双曲的になるパラメータたちと力学系が平行移動に共役になるパラメータたちの2つの部分に分かれ、これらの和集合は測度1となること（のみ）が示されると考えていた。しかし、ランダムな設定ではMañéの結果の証明が決定的に適用できない部分があり、それ故により強い結論である“先の2つの集合はそれぞれ測度1か0”という結論が得られる可能性も残されていることが判明した。また逆に、双曲的な振る舞いを示すノイズパラメータと平行移動に共役になるノイズパラメータが上手く混ざり合うことで“第3の現象”が測度正で観測される可能性も残されている。申請者は現在この問題そのもの、およびその足がかりとしてSingerの周期点定理（“吸引周期点の個数は臨界点の個数で抑えられる”）のランダム1次元力学系への拡張および反例を考えている。現時点までの結果から、Singerの定理の類似物として吸引“周期点”の鉢と臨界点集合の各連結成分は測度正で必ず共通部分を持つことが示されうる一方で、この測度は1とは限らないために臨界点の数が有限であるにもかかわらず吸引“周期点”が無数ある例をつくれるのではないかと考えている。