

研究成果

力学系理論には2つの重要な問題がある；1つは典型的な軌道が長時間経過後にどのような挙動を見せるのかという問題であり，もう1つは力学系的な挙動が微小摂動下で安定かどうかという問題である．申請者は部分拡大写像および拡大写像と呼ばれる力学系について，確率安定性（つまり統計的な性質の微小摂動に対する安定性）に関していくつかの結果を得てきた．

部分拡大力学系の確率安定性

確率安定性とは，力学系の統計的性質 本申請の文脈では特に，絶対連続でエルゴード的な不変確率測度（ aceip と略記）の存在と，その相関関数の指数的減衰 が微小摂動下で保たれることを言う．この概念は1972年にはKolmogorovとSinaiによってすでに考えられていたが，特に1980年代のKiferの精力的な貢献によって多くの力学系理論研究者の興味を引くことに成功し，現在では多くの論文が書かれている研究テーマとなっている．

一方で，これまでの確率安定性に関する結果の大半は拡大写像や双曲力学系（つまり指数的に拡大する方向と縮小する方向がある力学系）に関するものであり，双曲的な流れや部分双曲力学系のように双曲的でない方向が存在する力学系についてはごく限られた結果のみにとどまっていた．この双曲的でない方向が存在する力学系の研究の難しさは摂動がない場合でも同様で，たとえば線形拡大写像の懸垂半流の aceip の存在は，2008年に辻井が横断性条件と呼ばれる通有的な条件を導入しこの条件による転移作用素の超局所解析的な解析を行なうことではじめて証明された．申請者はJ. Wittstenとともに [1] の中でこの手法を線形拡大写像の $U(1)$ -拡大からなる部分拡大写像に拡張し，これが部分捕獲性と呼ばれる条件を満たせば唯一つ aceip を持つこと（存在自体は2012年にFaureによって証明されていた），この部分捕獲性が横断性条件と同値であり通有的な条件であることを示した．さらに，同じ論文の中で部分捕獲性を弱めた条件を導入し，その条件を満たすランダムな転移作用素に関する準古典解析とLyapunov解析を展開することで，この力学系の確率安定性を示した．申請者の知る限りでは，これは部分双曲力学系の確率安定性に関する最初の結果となっている．

可逆でない摂動下での拡大写像の確率安定性

確率安定性は，対象となる力学系や興味のある方向によって様々な定義が存在するが，近年では（それ以前のマルコフ連鎖による定式化を含むような）ノイズ空間の測度を保存するような変換がベース変換になった歪積写像を用いて定式化することが多くなってきている．しかし，[1] を含むほとんどの研究ではこのベース変換が可逆であることという制限がある．そのため申請者は [2] の中で必ずしも可逆とは限らないベース変換からなる歪積写像による摂動を考え，この摂動に対してコンパクトで滑らかなリーマン多様体上の拡大写像の確率安定性を示した．