これまでの研究成果

岡崎真也

3 次元球面 S^3 に埋め込まれたハンドル体をハンドル体結び目と呼び H で表す。ハンドル体結び目の研究課題としてその分類問題が考えられる。[石井–岸本–森内–鈴木] によりこれまで 6 交点までのハンドル体結び目の表が与えられている。この論文の中ではハンドル体結び目の補空間の基本群から $SL(n,\mathbb{Z})$ のある部分群への表現とカンドル彩色不変量が分類の手段として用いられている。

今回私はアレクサンダー不変量に由来するハンドル体結び目の不変量を構成した。ハンドル体結び目に対してアレクサンダー多項式はそのメリディアン系のとり方の分だけの曖昧さがあったが、これはメリディアン系のとり方に依らない不変量である。

簡単のためにハンドル体結び目の種数を 2 とする。与えられたハンドル体結び目 H に対してメリディアン系を任意に 1 つ選ぶ。この組に対して第 2 番目の多変数アレクサンダー多項式 $\Delta_{(H,M)}(s,t) = \Sigma c s^x t^y$ は一般には非自明である。$\Delta_{(H,M)}(s,t)$ から以下のようにして抽象的なグラフを構成する。

$\Delta_{(H,M)}(s,t)$ の各項は $T_i = c_i s^x t^y$ という形をしている。各項に対応するグラフの黒頂点 b_i として c_i をラベルしたものをとる。また任意の 3 項 $T_i = c_i s^{x_i} t^{y_i}$、$T_j = c_j s^{x_j} t^{y_j}$、$T_k = c_k s^{x_k} t^{y_k}$ に対して $\mathbb{R}^2$ 上の点 (x_i, y_i)、(x_j, y_j)、(x_k, y_k) をそれぞれ対応させる。グラフの白頂点として $x_i y_j + x_j y_k + x_k y_i - x_i y_k - x_j y_i - x_k y_j$ をラベルしたものをとる。このときこの白頂点は b_i、b_j、b_k と辺で結ばれている。こうして得られたグラフを G_H で表す。

<u>定理</u>
グラフ G_H はハンドル体結び目 H の不変量である。

参考文献

[1] A. Ishii, K. Kishimoto, H. Moriuchi and M. Suzuki, The table of genus two handlebody-knots up to six crossings, *J. Knot Theory Ramifications.*, Vol. 21, No. 4 (2012), 1250035, 9 pp.