今後の研究計画

大田武志

2009年の Alday-Gaiotto-Tachikawa の仕事により, 2次元共形場理論と4次元$\mathcal{N}=2$超対称ゲージ理論の間の対応が, 新たな注目を集めています. 2次元理論の相関関数 (共形ブロック) は, ゲージ理論のインスタントン分配関数と同一視できることが示されたのです.

この「2次元/4次元対応」は, いろいろな一般化がなされてきました. その一つとして, 「q-変形」された2次元共形場理論と, 4次元から5次元へ「q-もちあげ」された超対称ゲージ理論の間の対応が提唱されています. q変形された2次元の理論は, q-Virasoro代数やq-W代数などの対称性を持ち, もともとの理論の持っていた対称性がq-変形されています. 一方, q-もちあげされた5次元ゲージ理論では, 第5次元方向がS^1にコンパクト化されていて, コンパクト化の半径が$\log q$に比例しています.

われわれは, この「2次元/5次元対応」に注目し, 変形パラメータqのいろいろな極限を考えることで, 色々な「2次元/4次元対応」を統一的に理解できることを示しました. 変形パラメータqを1にする極限を考えれば, もともとの「2次元/4次元対応」が得られ, qを1のベキ根にする極限を考えれば, 2次元パラフェルミオン共形場理論と, 4次元 (A型)ALE空間上の$\mathcal{N}=2$超対称ゲージ理論の対応が説明できます.

われわれは, 最近の研究で, 2次元側でのqのベキ根極限を調べ, q-Virasoro代数や, q-W代数から, パラフェルミオン代数が得られることを示しました. 引き続き, この極限を詳しく研究し, 「2次元/4次元対応」のさまざまな性質を解明することを目指します.

また、Cherednik代数 (ダブルアフィンヘッケ代数) がこの「2次元/4次元対応」において重要な役割を果たしているという示唆がなされているので, (非退化)Cherednik代数のパラメータを1のべき根にする極限を考察すると、面白い結果が得られるのではないかと期待しています.

さらに、A型以外のALE空間上のゲージ理論やクイバー型のゲージ理論の場合に、どのように拡張がなされるかということも、とりあげてみたい研究テーマのひとつです. クイバー型ゲージ理論に付随した「ヤンギアン代数」というものが提唱されています. Schur-Weyl対応において、ヤンギアン代数はヘッケ代数と関連しているので, こういった方向への拡張をこころみることは, ゲージ理論/共形場理論/行列模型対応についての理解をより深めてくれるでしょう.

そして, 2次元共形場理論の中で, カレント代数の対称性をもつWess-Zumino-Novikov-Witten模型と呼ばれるものがあります. このWZNW模型の「相関関数」(コンフォーマルブロック) は, Knizhnik-Zamolodchikov方程式という偏微分方程式系に従います. 2次元/4次元対応の文脈において, これらのカレントブロックも重要な役割を果たすと期待されます. カレントブロックのq-変形や, そのqのベキ根極限を調べて, それらの性質を明らかにすることも試みていきたいと考えています.