研究計画

塩沢由典(2015 年 10 月)

[研究計画]（国際価値ベクトルの組合せ論的特性付け）

M国 N財のリカード貿易経済 $\mathcal{E} = \{A, \mathbf{q}\}$ の重要な研究対象である国際価値 $\mathbf{v} = (\mathbf{w}, \mathbf{p})$ は、各国の労働力量を表す $\mathbf{q}$ に依存しない数量であり、正行列 A のみによって定義することができる。いま、$K_{M,N}$を完全二部グラフとしよう。国番号 i を左頂点、財番号 j を右頂点とする。$K_{M,N}$の部分グラフ G_1、G_2が同じ左頂点次数(あるいは右頂点次数)をもつとき、おなじ左クラス(右クラス)に属するといい、左頂点の次数(あるいは右頂点の次数)の和が $M+N-1$ であるとき、そのクラスを展張クラスという。いま、Tを $K_{M,N}$の全域木とするとき、Tは定数倍を除いて国際価値 $\mathbf{v}$ を一義的に定義する。この国際価値 $\mathbf{v}$ が任意の(i,j)について不等式　$w_i\ a_{ij}\ \geqq\ p_j$　を満たすとき、この国際価値と全域木とを認容という。行列 A が一般の位置にあるとき、各展張クラスはただひとつの認容な全域木をもつ。2 つの全域木の結合有向グラフが有向閉路を持たないとき、ふたつ共立的であるという。認容な全域木の集合は、トロピカル有向マトロイドとなることが分かっている。

これまでの研究で得られたこれらの知見から、以下の一連の研究課題が生まれる。本年度はこれらの課題に取り組みたい。

①各展張クラスに属する全域木の個数を求める。
②異なるクラスに属する全域木の共立関係を調べる。
③各展張クラスの唯一の認容な全域木を求めるアルゴリスムを求める。
④共立関係にある 2 つの全域木における辺のフリップ関係について調べる。

[普及活動]（貿易理論と熱帯代数に関する連続講演）

min-plus 半環を代表とするトロピカル代数(,熱帯代数)は、マスロフ脱量子化などによって代数幾何学の重要な探索手法として注目されているほか、タイム・イベント・ダイナミクスなどの応用数学方面にも適用されている。さらに、トロピカル幾何学、トロピカル有向マトロイドなど数学的構造それ自体としても研究され、トロピカル数学あるいは冪等数学という広い数学領域を開拓しつつある。このように広い範囲で注目される新しい数学対象であるが、トロピカル代数それ自体は一般の人にも理解できる初等的な非伝統的数学である。現代数学は、とかく日常生活には縁のない抽象世界の話と捉えられがちであるが、トロピカル数学は、筆者の研究により国際貿易理論と深いつながりをもつことが分かってきた。とくにリカード貿易経済は、min-times 代数あるいは max-times 代数を係数環とする凸幾何学として理解することができる。この中核的な成果は、すこしの時間をかければ、専門家以外にも理解できる話題であり、新しい数学的展開として一般の人々にも興味を持ってもらえるものである。そこで、複数回の連続講演など企画することで、専門家以外の方々に現代数学のおもしろさの一端に触れていただく機会としたい。