今後の研究計画

概要　各絡み目（または多様体）に単位閉円板内の１点を対応させる式と、全ての絡み目（または多様体）を使い定められる複素関数が河内先生により提示された。これにより絡み目の分布（あるいは多様体の分布）を視覚的に捕らえられるようになった。研究目標は絡み目（または多様体）の分布状況を調べることと、上の複素関数の性質を明らかにすることである。既に長さが１０以下の絡み目の列挙（全４４４個）及び多様体の列挙（全３４６個）が完成しているのでそれらを単位閉円板内に図示することから始める。

詳細　各絡み目（または多様体）に単位閉円板内の一点を対応させる式について説明する。任意の絡み目は閉ブレイド表示できることが分っている。また任意の多様体はある絡み目に沿う 0-surgery で実現できることも分っている。閉ブレイド表示は自然に有限整数列と１対１に対応するので、絡み目（または多様体）には有限整数列が対応する。この対応は１対１ではないが、有限整数列が一意に決まるように工夫し、長さ（つまり数列の項数）が１０以下の絡み目（または３次元多様体）の列挙が既になされている。一意に決まる整数列は、項数が 1 ならその数列は 0 、項数が $n(>1)$ なら、初項が 1 で各項の絶対値は $\frac{n}{2}$ 以下という性質を持っている。故、上の型の有限整数列 $\mathbf{x} = (1, x_2, \ldots, x_n),\ |x_i| \leq \frac{n}{2}\ (i = 2, \ldots, n)$ に対し、単位閉円板内の１点 $w(\mathbf{x})\ (\in \mathbf{C})$ を定めればよい。$w(\mathbf{x})$ は

$$r(\mathbf{x}) \underset{def}{=} \frac{|x_2|}{n^{n-1}} + \cdots + \frac{|x_n|}{n},\quad \theta(\mathbf{x}) \underset{def}{=} \frac{1 - \frac{x_2}{|x_2|}}{2^n} + \cdots + \frac{1 - \frac{x_n}{|x_n|}}{2^2},$$

$$w(\mathbf{x}) \underset{def}{=} r(\mathbf{x}) \cdot \exp(2\pi\sqrt{-1} \cdot \theta(\mathbf{x}))$$

で与えることにする。w が上の型の有限整数列全体の集合から単位閉円板の中への１対１写像であることは確認してある。

次に複素関数 $f : \mathbf{C} \to \mathbf{C}$ の定義であるが、それは次式で与える：

$f(z) \underset{def}{=} \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \prod_{\ell(\mathbf{x})=n} \frac{z}{1 - w(\mathbf{x})z}$ （ここに $\ell(\mathbf{x})$ は $\mathbf{x}$ の長さ（項数）を意味し、$\mathbf{x}$ は絡み目（または多様体）を表わす数列全体を動く。）

問題として単位閉円板に埋め込まれた絡み目全体の集合（または多様体全体の集合）の集積点はどこか？f の収束半径は何か？などが考えられる。