これまでの研究成果

私はトーラスによる対称性を持つ空間の幾何学・トポロジーとその組み合わせ論との関係を調べています．以下はそのうち主要な研究結果をまとめたものです．

Hessenberg variety のコホモロジー環（論文リスト [1.5], [3.1]）

枡田幹也氏，原田芽ぐみ氏，堀口達也氏との共同研究である．Hessenberg variety は旗多様体の代数的部分集合であり，Springer variety，Peterson variety，ルート系に付随するトーリック多様体といった重要な空間を統一的に記述する．A_{n-1} 型の場合は行列とある条件を満たす関数 $h:[n]\to[n]$ の組から定義され，特に，regular nilpotent Hessenberg variety $\mathrm{Hess}(N,h)$ と regular semisimple Hessenberg variety $\mathrm{Hess}(S,h)$ という 2 つのクラスが詳しく調べられている．我々はコホモロジー環 $H^*(\mathrm{Hess}(N,h);\mathbb{Q})$ の明示的な表示を与え，さらに $H^*(\mathrm{Hess}(S,h);\mathbb{Q})$ への対称群の表現を考察することで，2 つの Hessenberg variety のコホモロジー環を結びつける環同型 $H^*(\mathrm{Hess}(N,h);\mathbb{Q})\cong H^*(\mathrm{Hess}(S,h);\mathbb{Q})^{\mathfrak{S}_n}$ を得た．

Springer variety のコホモロジー環（論文リスト [3.3]）

堀口達也氏との共同研究により，Springer variety のトーラス同変コホモロジー環の明示的な表示を与えた．この際，まず Springer による対称群の表現のトーラス同変版を（同変コホモロジーの局所化の技法を用いて）構成することで，谷崎俊之氏による非同変版の議論をトーラス同変版に持ち上げた．

ルート系に付随するトーリック多様体の交叉数とヤング図（論文リスト [1.3]）

ルート系 Φ が与えられたとき，その Weyl の部屋の集まりは扇と見なすことができ，非特異かつ射影的なトーリック多様体 $X(\Phi)$ が定まる．本論文では，ルート系 Φ が古典型または G_2 型の場合に $X(\Phi)$ のトーラス不変因子の交叉数をヤング図を用いて計算する組み合わせ論的な規則を与えた．$X(\Phi)$ のコホモロジー群は幾何的に定まるある基底を持つが，交叉数の計算法の応用として，この基底に関する構造定数を帰納的に計算する公式を得た．

シューベルト幾何と置換のパターン回避（論文リスト [1.1]）

本論文は Sara Billey 氏との共著論文である．置換パターン回避は Lakshmibai-Sandhya によるシューベルト多様体の研究に始まり，シューベルト多様体の様々な幾何学的な性質の特徴づけのために用いられている．本論文は，より多くの研究者が情報を共有できるように，この分野における様々な結果をまとめたものである．

重み付きグラスマンのシューベルトカルキュラス (論文リスト [1.2], [1.4])

本研究は松村朝雄氏との共同研究である．シューベルトカルキュラスは，グラスマン多様体のコホモロジー環のシューベルト類に関する構造定数を求めるという問題であり，表現論や組み合わせ論とも関わりがある．我々は重み付きグラスマンという軌道体のコホモロジー環にシューベルト類を定義し，その構造定数の公式を記述した．また，シューア多項式の重み付きの類似を導入し，幾何・表現論との関係を調べた．

３つのトーラスによる運動量写像の凸性定理（論文リスト [1.6]）

コンパクトで連結なシンプレクティック多様体 M にハミルトン的トーラス作用があるとき，その運動量写像の像は凸多面体になることが知られている．本研究では，空間が 3 つのハミルトン的トーラス作用を持つ場合に，ある仮定の下で凸性定理の一般化を与え，理論物理に現れる超可積分系との関係を論じた．