これまでの研究成果

綾野孝則

1. telescopic 曲線のシグマ関数に関する研究

Klein により導入された超楕円シグマ関数は、近年、Buchstaber 氏 [1] などにより (n,s) 曲線にまで一般化されました。シグマ関数はリーマンのテータ関数をモジュラー不変 (標準ホモロジー基底の取り方によらない) になるように変形したものですが、シグマ関数は代数曲線の定義方程式と直接結びついたある種の代数的性質を持っています。シグマ関数は代数曲線の定義方程式から直接計算出来ることから、数理物理などに様々な応用があることが期待されています。シグマ関数の理論において重要な役割を果たすのは、ある有理型双線形微分です (algebraic bilinear form)。[4] では、(n,s) 曲線の場合に algebraic bilinear form が定義方程式から具体的に構成され、(n,s) 曲線のシグマ関数の級数展開の初期項が適当なシューア関数であり、さらに展開係数が定義方程式の係数の多項式であるという代数的性質を持つことが示されています。本研究では、[4] の結果を一般化して、telescopic 曲線 [3]((n,s) 曲線を含む) の場合に algebraic bilinear form を構成し、telescopic 曲線のシグマ関数も (n,s) 曲線と同様に、級数展開の初期項がシューア関数になり、さらに同様の代数的性質を持つことを示しました (論文リスト 1-1)。また、[5] では、(n,s) 曲線のシグマ関数が KP-hierarchy のタウ関数として表示できることが示され、[6] では、その表示を用いて、シグマ関数の級数展開の性質、シグマ関数の零点の性質、シグマ関数の加法公式が示されています。本研究では、この結果を一般化して、telescopic 曲線のシグマ関数の級数展開、零点の性質、加法公式を示しました (中屋敷氏との共同研究、論文リスト 1-2)。

2. ヤコビの逆問題の telescopic 曲線への一般化

種数 g の超楕円曲線上の k $(1 \leq k \leq g)$ 個の点は、そのアーベル・ヤコビ写像による像から超楕円シグマ関数を用いて逆に表示できることが知られています (Jacobi inversion formulae)。この公式は松谷氏 [2] らにより、(n,s) 曲線の特別な場合である $y^r = f(x)$ で定義される曲線に一般化されました。さらに [2] ではその公式を用いて、曲線 $y^r = f(x)$ に付随するシグマ関数の零点の位数に関する新しい性質を示しています。本研究では telescopic 曲線にまで Jacobi inversion formulae [2] を一般化し、[2] で示されたシグマ関数の零点の性質が telescopic 曲線の場合でも成り立つことを示しました (論文リスト 2-1)。

参考文献

[1] V.M. Buchstaber, V.Z.Enolski, D.V.Leykin, ”Multi-Dimensional Sigma-Functions”, arXiv:1208.0990.

[2] S. Matsutani and E. Previato, ”Jacobi inversion on strata of the Jacobian of the C_{rs} curve $y^r = f(x)$”, J. Math. Soc. Japan, Volume 60, Number 4 (2008), 1009-1044.

[3] S. Miura, ”Linear codes on affine algebraic curves”, Trans. IEICE J81-A (1998), 1398-1421.

[4] A. Nakayashiki, ”On algebraic expressions of sigma functions for (n,s) curves”, Asian J. Math. 14 (2010), 175-211.

[5] A. Nakayashiki, ”Sigma function as a tau function”, IMRN 2010-3 (2010), 373-394.

[6] A. Nakayashiki and K. Yori, ”Derivatives of Schur, tau and sigma functions, on Abel-Jacobi images”, in Symmetries, Integrable Systems and Representations, K.Iohara et al. eds., Springer, 2012, 429-462.