今後の研究計画

私は今後トーリック多様体のコホモロジー環の表現について調べていくつもりです．まずはB型ルート系に対応するトーリック多様体のワイル群（符号付対称群）によるコホモロジー環の表現を調べます．A型の場合はProcesiが研究し，コホモロジー環の表現を記述しました．その際ProcesiはA型ルート系のワイル群である対称群の既約表現とヤング図形が全単射対応があることと，A型ルート系に対応するトーリック多様体（permutohedral variety）が複素射影空間を何度かblow-upさせることで構成できることを用いています．他のルート系の場合はまだコホモロジー環の表現が知られていません．B型ルート系のコホモロジー環の表現を記述するために，ワイル群（符号付対称群）の既約表現を知る必要があります．符号付対称群の既約表現はstar diagramというい くつかのヤング図形の順序集合と全単射対応があることが知られています．さらに，B型ルート系に対応するトーリック多様体は複素1次元の複素射影空間のいくつかの直積を何度かblow-upすることで構成できることも知られています． Procesiと同様にstar diagramの言葉でB型ルート系に対応するトーリック多様体の符号付対称群によるコホモロジー環の表現を記述することが目標です．

また，B型ルート系に対応する実トーリック多様体のコホモロジー環の符号付対称群による表現も研究する予定です．A型の場合はHendersonにより表現が記述されましたが，複素と同様でA型以外はまだ表現が知られていません．A型の場合，実版は複素版とは違い，よりきれいな表現の記述がされています．このことから，B型の場合も非常にきれいな表現の記述ができるのではないかと考えています．

A型とB型以外のルート系についても同様に，対応する（実）トーリック多様体のコホモロジー環のワイル群による表現を調べていく予定です．

ルート系以外でも単純グラフに対応するトーリック多様体のコホモロジー環の，グラフの自己同型群による表現についても研究しています．特にサイクルグラフに対応するトーリック多様体のコホモロジー環の二面体群による表現をもう一度調べようと思っています．これまでの研究で，3,4,5頂点のサイクルグラフに対応するトーリック多様体のコホモロジー環の表現は記述できましたが，6頂点以上のサイクルグラフに対応する表現は記述できませんでした．そこで，今度は同じ方法を使うのではなく，同変コホモロジー環上の表現を考え，それをコホモロジー環へ落とすという手法を用いる予定です．