今後の研究計画

河村　建吾

ローズマン変形の（極小）生成集合の決定

曲面絡み目をダイアグラムの観点から研究する上でローズマン変形の存在は欠かせない．そしてその性質を理解するのはとても重要なことである．７種類のローズマン変形の独立性に関する問題はすでに解決したので，今後の研究ではローズマン変形の（極小）生成集合を決定したいと思う．７種類のローズマン変形の図は上下の情報を省略して描かれることが多いが，まずこれらの図を上下の情報を省略せずにすべての場合を列挙する．そして上下の情報を備えたすべてのローズマン変形の集合を考え，これを $\mathcal{R}$ で表す．$\mathcal{R}$ の部分集合 S が生成集合であるとは，S に属する変形の組み合わせですべてのローズマン変形を実現できるときをいう．生成集合 $S \subset \mathcal{R}$ が極小であるとは，S が任意の生成集合を真に含まないときをいう．生成集合を調べるためには組み合わせ的にダイアグラムを変形する必要があるが，上下の情報を含めたダイアグラムを変形することは容易ではないので，モーション・ピクチャー法を用いてダイアグラムの変形を考察する．

特異曲面結び目におけるローズマン変形とカンドルコサイクル不変量の開発

カンドルとはライデマイスター変形の幾何的な情報を抽出した代数系のことであり，古典的結び目や曲面結び目との相性がよいことが知られている．1990 年代後半に Carter-Jelsovsky-Kamada-Langford-Saito によってカンドル（コ）ホモロジー群が導入され，カンドル彩色数の拡張として曲面結び目のカンドルコサイクル不変量が定義された．これまでの研究でカンドルコサイクル不変量が曲面結び目の最小３重点数の評価や曲面結び目の非可逆性の判定などに有効であることが知られている．今後の研究では特異曲面結び目におけるカンドルコサイクル不変量の開発に取り組む．特異曲面結び目とは有限個の横断的な２重点を許した曲面結び目のことである．カンドル彩色数やカンドルコサイクル不変量が曲面結び目の不変量となるのは，それらが曲面結び目のダイアグラムに対して定義され，ローズマン変形の下でのそれらの値が不変となるからである．しかしながら，特異曲面結び目の場合にはローズマン変形に対応するダイアグラムの局所変形は知られていないので特異曲面結び目におけるローズマン変形の開発も合わせて行う．特異曲面結び目がカンドル彩色可能であるとき，横断的な２重点の近傍に割り当てるカンドルの元にはある条件が課される．その条件を基にカンドル鎖複体を修正することによって新しいカンドルホモロジー群を構成する．さらに，そのカンドル 3-コサイクルの幾何的・代数的な性質を調べることで特異曲面結び目のダイアグラムにおける局所変形を導入する．