問題 1　『これまでの研究内容』で挙げた次の問題を更に別の transpose dual ペアに対して考える: $(\Delta_{MU}, \Delta'_{MU})$ を Mase-Ueda による研究で得られた反射的多面体のペアとする．これらに対応する族は lattice mirror 対称的でないと仮定する．対応する族が lattice mirror 対称的になるような, $(\Delta_{MU}, \Delta'_{MU})$ とは異なるペア (Δ, Δ') は存在するか？

既に説明したように, この問いに否定的結論を出す例が存在する．しかし問題 1 は特異点の変形理論からも解釈することができる．すなわち, これは『良い』特異点の変形とコンパクト化が取れるかどうか, という問題である．全てが否定的結論であったとしても, それは, 特異点の良し悪しをコンパクト化の格子によって判定することができることを意味すると考えられる．

$K3$ 曲面上の曲線の存在・非存在は現在までに様々に研究されてきている．曲線上の点 P において極が丁度 nP, $n \in \mathbb{Z}$ である有理写像が存在するかどうかは古典的な問題である．これが Weierstrass 点のモチベーションになった．すなわち, 種数 ≥ 2 の非特異射影曲線 C' に対して, C' の点 $P' \in C'$ が *Weierstrass* 点 であるとは, $h^0(C', \mathcal{O}(gP')) \geq 2$ をみたすことを言う．また, $K3$ 曲面 X が *double sextic* であるとは, X が $\mathbb{P}^2$ の 6 次曲線で分岐する 2 重被覆の 極小モデルであることをいう．より一般に, $K3$ 曲面 X が *weighted double sextic* であるとは, X が ある重み付き射影平面の 6 次曲線で分岐する 2 重被覆の 極小モデルであることをいう．

問題 2　Weighted double sextic $K3$ 曲面の幾何を $K3$ 曲面上の曲線の Weierstrass 点によって性質付けよ．逆にどんな Weierstrass 点が weighted double sextic $K3$ 曲面の分岐曲線には存在するか.

問題 3　$K3$ 曲面から Lie 群への写像全体のモジュライについて調べよ．

よく知られているように, 円から Lie 群への写像全体は loop group となり, それは微分方程式論との関連も深い．楕円 $K3$ 曲面は generic fibres が 楕円曲線であるような $\mathbb{P}^1$ 上のファイバーである．楕円曲線は位相的には torus であって, 2 つの円の積である．従って, 数理物理において quantum toroidal algebra が quantum affine algebra の一般化であるように, 1 次元の場合 (円から Lie 群への写像) の 2 次元の場合 ($K3$ 曲面から Lie 群への写像) への一般化が可能であると期待している．