(2) これまでの研究成果のまとめ　森 淳秀

多様体上の閉 1-形式は局所的には関数を微分したものである．微分幾何では与えられた閉 1-形式を特定のテンソルによってベクトル場に変換し，微分同相群の 1 径数部分群である流れに関連付ける．この意味で微分幾何は解析と力学系の架け橋である．このテンソルには（逆）計量と二重ベクトル場という両極端があり，それぞれが勾配流と Hamilton 流を生成する．前者の微分幾何を代表するのが Riemann 幾何，後者のそれがシンプレクティック幾何である．二重ベクトル場を Stefan 特異分布 D とそれに沿って非退化な 2-形式 ω の対とみなすとき，D が多様体の接空間で，ω が閉じている場合がシンプレクティック構造であり，より一般に D が Stefan 特異葉層の接空間で，各葉への ω の制限が閉じている場合が Poisson 構造である．このとき D と ω はそれぞれの文脈で可積分であると言われる．

D が可積分でなくても，二重ベクトル場を保つベクトル場 E によって D を膨らませたものが可積分であり，ω から各葉の接触構造（奇数次元）と局所共形シンプレクティック構造 (偶数次元) が定まる場合には，Jacobi 構造というものが定まる．Jacobi 構造はこうした力学系的描像よりも解析の側から見て普遍的な構造である．それは関数 f, g に関して連続な括弧 $\{f, g\}$ で，f, g の台の交わりの中に台を持つものが定める Lie 代数，つまり Kirillov 局所 Lie 代数と等価だからである．

力学系的描像では，Jacobi 構造は Poisson 構造の亜種のようにみなされてきた．じっさい Jacobi 構造をひとつ次元の高い多様体の Poisson 構造として捉えることができる．しかし Petalidou は Jacobi 構造の解析的な普遍性に着目し，同じ次元同じ多様体上で Jacobi 構造を Poisson 構造に改変する問題を考えた[1]．彼は局所的で自明な例を与えることしかできなかったが，その後，三松佳彦氏の結果とそれに関する応募者の結果，そして関連する海外の若い人の結果などから Petalidou の問題は豊かであり，しかも未開拓であることが分かってきた．

応募者のこれまでの研究成果は Eliashberg と Thurston によるコンフォリエーションの理論に関わるものであるが，この理論の主流が 3 次元のトート葉層とタイト接触構造を結びつける研究であるのに対し，応募者は Reeb 成分を持つ葉層やその高次元化について研究し，接触構造の葉層への収束に関する結果を得た．これらの結果はいずれもコンフォリエーションを低次元における Petalidou 問題とみなす視点を持っている．その結果三松氏が Reeb 成分を持つ高次元の Poisson 構造を発見したことを Petalidou 問題に関連付けることができた．

[1]F. Petalidou. On a new relation between Jacobi and Poisson manifolds, J. Phys. A 35(2002).