

今後の研究計画

時空の対称性と軌道空間のキリングテンソルに関するもの

時空に計量を不変とするような等長変換が存在すると、その変換を生成するキリングベクトルが存在する。キリングベクトルの積分曲線である軌道を1点につぶして得られる軌道空間に、適当な計量を導入することができる。このとき、もとの時空が高い対称性を持っていると、軌道空間にもその対称性の一部が受け継がれ、軌道空間自身がキリングベクトルを持つことがある。

軌道空間の構成の仕方によっては、キリングベクトルではなくキリングテンソルを持つことがあり、とくに極大対称空間から構成した軌道空間が既約なキリングテンソルを持つ場合が知られている。この軌道空間のキリングテンソルは、もとの極大対称空間に存在した共形キリングテンソルに由来するが、極大対称空間の共形キリングテンソルは可約であり、共形キリングベクトルで表すことができる。この例の場合、実際にはキリングベクトルだけで表すことができ、もとの時空の対称性の一部が壊れて軌道空間の既約なキリングテンソルになったと解釈することができる。

このようなキリングベクトルに由来する既約キリングテンソルについて調べる。同様な例が他に存在するか探索し、軌道空間に既約キリングテンソルが存在するための条件を導く。また逆に、カー時空に存在するよく知られた既約キリングテンソルを、このような軌道空間のキリングテンソルとして再構築することが可能かということについても検討する。そのためには、カー時空をより大きな空間の軌道空間として構成する必要があり、カー時空の埋め込みについても理解が進むと考えられる。

圏論的量子力学と線形論理に関するもの

アブラムスキーとクックにより始められた圏論的量子力学は、量子状態の空間を対象、それらの間の遷移を射とする圏を構成して量子力学の公理系を圏論的に表現するもので、量子テレポーテーションなどの量子プロトコルを図式で表現することに成功している。一方論理学における証明の圏論的意味論では、命題を圏の対象とし、命題から命題に至る証明を対象間の射として扱う。これらは一見無関係に思えるが、圏論を通じて同じ構造として捉えることができる。

たとえば古典論理では「 A ならば、 A かつ A 」という推論規則(縮約規則)が成り立つが、この規則が成立しないような非古典論理を構成することが可能である。そのような論理の例として線形論理がある。古典論理では A という命題を縮約規則を使って複製できるので、証明の中で何度でも A という命題を利用できるが、線形論理では A という命題を証明の中で一度使用すると消費されてしまい、もう一度使用することはできない。

この縮約規則による命題の複製が、量子力学における量子状態の複製に相当しているという指摘がなされている。任意の量子状態の完全な複製は不可能であるので、量子力学の構造を記述するためには線形論理のような縮約規則のない論理を用いる必要があるのではないかと考えられる。このような観点から、線形論理もしくはそれに類する部分構造論理を用いて量子力学を再記述することを試みる。