

# これまでの研究成果のまとめ

大田武志

一般化された Kerr-NUT-de Sitter 時空において、計量のテンソルモードによる線形摂動を、ある特別な条件下で行うと、線形化された Einstein 方程式 (Lichnerowicz 方程式) は、常微分方程式系に変数分離できることを示した (Publication List の論文 [26])。

2次元共形場理論と4次元共形場理論のあいだに関連があるだろうという昔からの予想について、最近、Alday-Gaiotto-立川の3人によって、AGT予想という形で新しい光が当てられた。この発展に基づいて、クイバー行列模型の $\beta$ -変形を考察した。 $SU(n)$ 型のクイバー模型の場合に量子スペクトル曲線を導入した。多重log型ポテンシャルを持つ行列模型のスペクトル曲線と、 $SU(n)$ ゲージ理論で $2n$ 個のフレーバーをもつ理論のSeiberg-Witten曲線との比較を行った。その結果、行列模型側のパラメータと、ゲージ理論側の質量パラメータとの間の対応を見出すことができた。さらに2つの曲線が同型であることを明確にしめした ([27])。

2次元共形場理論のコンフォーマルブロックのDotsenko-Fateev多重積分は、 $\beta$ 変形した行列模型のなかのSelberg型のものと解釈できるということを見出した。われわれはJack対称多項式に付随した積分公式を用いることにより、 $q$ -展開係数を計算する手法を確立した。この手法を適用することにより、 $\beta$ 変形した行列模型が、2次元共形場理論のコンフォーマルブロックと4次元 $\mathcal{N} = 2$ 超対称 $SU(2)$ ゲージ理論のフレーバーの数が $N_f = 4$ の場合のNekrasov分配関数の母関数として利用できることを示した ([28])。

Selberg型 $\beta$ 変形行列模型において、対応するNekrasov分配関数が $SU(2)$ ゲージ理論のフレーバー数が $N_f = 4$ のものから $N_f = 3$ 、そして $N_f = 2$ となるようなスケーリング極限を考察した ([29])。

アフィン $A_n^{(1)}$ リー代数に基づく $\beta$ 変形クイバー行列模型を導入し、そのVirasoro拘束条件を求め、 $n = 1, 2$ の場合により具体的にループ方程式を決定した ([30])。

(W)AGT予想は、4次元の $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論の分配関数と、Virasoro対称性や $W$ 対称性をもつ2次元理論のコンフォーマルブロックとの間に対応があるという予想である。これまでに、いろいろな場合に確認がなされている。この(W)AGT予想の「 $q$ -変形」版があり、5次元に「 $q$ -もちあげ」したゲージ理論の分配関数と、 $q$ -変形したVirasoro/ $W$ 対称性の「コンフォーマルブロック」との間に対応がなりたつことを主張している。この $q$ -変形版の(W)AGT予想から出発して、 $q$ を $r$ 次のべき根にもっていく極限をうまくとると、4次元のA型のALE空間上の超対称ゲージ理論の分配関数と、2次元超対称Virasoro対称性やそれを一般化した対称性を持つ共形場理論のコンフォーマルブロックとの間に対応が自然に、統一的に理解できることを論証した ([32])。また、 $q$ -変形Virasoro代数や、 $q$ - $W$ 代数において、パラメータ $q$ を1のべき根にする極限を考えることによって、パラフェルミオン代数が現れることを示した ([34])。

$q$ -AGT予想に基づき、 $SU(2)$ ゲージ理論の5次元版Nekrasov分配関数の形から、 $q$ -変形したコンフォーマルブロックを与える頂点演算子を決定した。その頂点演算子と遮蔽演算子を用いて、 $q$ -変形されたブロックのクーロンガス表示を得た。すこし、頂点演算子の挿入位置をずらすことによって、この $q$ -ブロックがNekrasov関数と一致することをインスタント展開の低い次数において確認した ([35])。