## 研究計画

(1) (**トーラス多様体上の不変 Morse 函数**)

$(M, T)$ をトーラス多様体とする (すなわち, $T$ は $n$ 次元コンパクト-トーラスで, $M$ は $T$ からの少なくとも 1 つの固定点をもつ滑らかな忠実作用をもつ $2n$ 次元閉多様体である). 一般のトーラス多様体上の $T$-不変 Morse 函数の存在に関して, 次を予想する:

「トーラス多様体 $(M, T)$ について, $M$ が $T$-不変 Morse 函数をもつためには, $M$ が $T$-表現被覆をもつことが必要十分」

(表現被覆の定義については研究成果欄を参照). 必要性については以前の研究成果で既に示されているので, 十分性の証明だけが問題である. 上の予想はより一般的な設定で述べることができるが, この場合に限定したのは次の事情による：トーラス多様体の場合は, $M$ が $T$-表現被覆をもつならば, その軌道空間 $M/T$ は角付き多様体の構造をもつ. このとき, 軌道写像 $M \to M/T$ と角付き多様体 $M/T$ 上の適切な Morse 関数の合成として $M$ 上の $T$ 不変 Morse 函数が構成できると思われる. もう 1 つは, $M$ がシンプレクティック-トーリック多様体ならば運動量写像の各ファイバーが単一の $T$ 軌道になるため, 上の構成はシンプレクティック-トーリック多様体の場合の構成法の拡張になっていることによる. シンプッレクティック-トーリック多様体の場合には Lie 環の generic な元による高さ函数が所望の Morse 函数を与えていた. 一般のトーラス多様体の場合にも高さ函数の拡張を $M/T$ に対して確立することが重要になると思われる.

(2) (**(1) の予想の GKM 多様体への拡張**)

(1) の予想の GKM 多様体版を解決したい. GKM 多様体の場合には $T$ の接表現を考えて, その商空間の構造を捉えることが必要である. そこには角付き多様体を一般化した構造が出てくると思われる. その構造を正確に記述し, 一般論を構築したい.

(3) (**GKM 理論と Morse 理論**)

一般の GKM 多様体に対し, 同変コホモロジーの記述を Morse 理論の観点から理解したい. この場合は不変 Morse 函数をもたない GKM 多様体も無数に存在するので, 無限次元的手法が必要になると思われる.