研究成果

(1) (不変 **Morse-Smale** 函数の安定-不安定多様体の交差)

閉多様体のトポロジーをその上の Morse-Smale 函数の負乞配流から記述する Witten の Morse 理論の観点からの GKM 理論の理解に向けて, 不変 Morse-Smale 函数から定まる安定-不安定多様体の交差について調べた. M を閉多様体とし, コンパクト-トーラス T が固定点有限で作用しているとする. Φ を M 上の T-不変 Morse-Smale 函数し, (p, q) を Morse 指数の差が 2 である Φ の臨界点対とする. このとき p の不安定多様体と q の安定多様体の交差が空でなければ, 各連結成分は標準的な S^1 作用をもつシリンダーと同変微分同相であることを示した.

この結果は Witten の Morse 理論と GKM 理論の間に

$$(\text{臨界点}) : (\text{負乞配流}) = (\text{固定点}) : (2\ \text{次元球面})$$

という類似があることを示しているように思われる.

(2) (混合絡み目の **Alexander** 多項式)

ソリッド-トーラス内に埋め込まれた有限個の S^1 の非交和を混合絡み目という. 混合絡み目の Alexander 多項式を導入し, 従来の Alexander 多項式との関連を調べた.

(3) (不変 **Morse** 函数と表現被覆)

有限次元多様体上での不変 Morse 函数の存在定理を確立すべく, 表現被覆の概念を導入した.

M を閉多様体とし, コンパクト-トーラス T が固定点有限で作用しているとする. M^T を固定点集合とする. M の開被覆 $\{U_p | p \in M^T\}$ が T-表現被覆であるとは各 U_p が T 不変で, 接表現 T_pM に同変微分同相であることをいう.

このとき, M が T-不変 Morse 函数をもつならば, M が T-表現被覆をもつことが示せる. 特にトーラス多様体の場合に適用することで, 非自明な有限安定化群を少なくとも 1 つもつトーラス多様体は不変 Morse 函数をもたないことが分かり, 代数トポロジーを用いることなく不変 Morse 函数の非存在が示せることが分かる.