研究成果

吉岡礼治

● 2d-4d 対応

2d-4d 対応では、2 次元共形場理論の共形ブロックと 4 次元超対称ゲージ理論のインスタントン分配関数が等価であると主張される。また、その拡張として q 変形された W_n 代数に基づく共形場理論と 5 次元の超対称ゲージ理論との同様な対応も提案された。私はこの 2d-5d 対応を出発点とし、q、t の 1 の冪根極限について考察した。q-Virasoro 代数の生成子は q 変形ボゾンを導入することによって、自由場表示で記述できる。この代数の極限 $q \to -1,\, t \to -1$ において超対称 Virasoro 代数の生成子が現れることを示した。また、超対称 Virasoro 代数を記述し、共形ブロックを構成するのに必要な自由ボゾン、自由フェルミオンが 1 つの q-ボゾンからその極限で自然に得られることを見出した。5d 側では、5 次元超対称ゲージ理論のインスタントン分配関数の表式は知られているので、2d 側と同じ極限を取り、その表式の一般形を得ることに成功した。得られた結果は少なくとも低い次数で ALE 空間のインスタントン分配関数を正しく再現することを確認した。

これを一般化させ、1 の r 次冪根極限における q-W_n 代数から、$\mathbf{Z}_r$-パラフェルミオンが自然な形で出現することを見た。得られる共形場理論は $\frac{\widehat{sl}(n)_r \oplus \widehat{sl}(n)_p}{\widehat{sl}(n)_{r+p}}$ 対称性を持つコセット CFT となり、実際、共形変換の母関数に対応するエネルギー運動量演算子のセントラルチャージが正しくで得られることを示した。また、ここで新たに現れるパラメータ p は、対応するゲージ理論の Ω 背景と密接に関係しており、両者の関係を明かにすることに成功した。

上で述べた極限と異なる 1 の冪根極限 $(q \to 1, t \to -1)$ について考察した。面演算子 (surface operator) が存在する場合のゲージ理論のインスタントン分配関数とある種の変形を加えたアファイン $sl(2)_k$ 共形ブロックとの間には対応関係があるとされている。2 次元側でのその変形とは K 演算子の共形ブロックへの挿入である。上の極限において q 変形ボゾンから得られる自由場を用いて、$sl(2)_k$ カレント代数の表現を構成することができる。そこで、$sl(2)_k$ 代数の自由場表現を明示的に与えた。また、この自由場を用いれば、K 演算子はシンプルな形で表示できることを示し、変形された共形ブロックに対する積分表示を導出した。

● 行列模型

行列模型は 10 次元という高次元時空において定義される。したがって、現実世界を記述するためには、4 次元時空へのコンパクト化が必要となる。特に、私は USp 行列模型に対する $\mathbb{C}^3/\mathbb{Z}_3$ によるコンパクト化についての考察を行い、無矛盾に定義される全ての模型を列挙した。

4 次元行列模型の分配関数を Moore-Nekrasov-Shatashvili の処方箋を用いて計算し、その一般的表式を求めることに成功した。ここで、4 次元行列模型とは 4 次元超対称 Yang-Mills 理論の次元縮小よって得られる行列模型を意味する。

行列模型において、時空点はボソン的な行列の固有値によって記述され、時空座標がダイナミカルな量として扱われる。それゆえ、行列模型は我々のすむ 4 次元時空を記述する可能性を有する。そこで私は USp 行列模型の固有値分布についての研究を行ってきた。固有値に関する長距離 1 ループ有効作用から、行列模型に対する USp 行列模型で現れるオリエンティフォールディングの効果をしらべ、2 つの固有値間の引力に方向性が現れることを示した。時空点は固有値分布の性質からある仮想的な 4 次元面に引き寄せられることが分かった。さらに 2 ループの効果を具体的に計算し、固有値間距離が短い場合には 2 点間相互作用は斥力へと転じることを示した。USp 行列模型では、時空点は上記 4 次元面近傍に安定し、4 次元時空を生成することをみた。