

今後の研究計画

吉脇 理雄

(I) 有限 Cohen-Macaulay 型の Iwanaga-Gorenstein 多元環に関する研究.

自己入射次元が左右とも有限で等しい値をとる多元環を Iwanaga-Gorenstein(=IG) という. IG 多元環は可換 Gorenstein 環と自己入射多元環の共通の一般化であり, 多くの研究者によって研究されてきた対象であるが, その表現論については分かっていないことが多い. IG 多元環の重要な性質として, Cohen-Macaulay(=CM) 加群という特別な加群のクラスが Frobenius 圏をなし, その安定圏が三角圏をなすことがあげられる. IG 多元環のうち, 直既約 CM 加群が同型を除いて有限個しか存在しないものを有限 CM 型という. 本研究計画の主目的は, IG 多元環の中でも最も基本的な有限 CM 型であるものの構成と分類である. これは自己入射多元環の場合の Tachikawa, Riedtmann らの理論の一般化とみなされる.

以下, 自己入射次元が高々 1 の IG 多元環について考えることとする.

(I)-1 有限 CM 型の IG 多元環の構成 [7]: (肯定的な結果を得たが, 改良したい.)

A を Dynkin 型の遺伝多元環とし, C を A - A -両側加群とする. 第一に, A と C から得られる反復多元環 $\widetilde{A \times C}$ をある群 G で割った軌道多元環 $\widetilde{A \times C}/G$ として, 有限 CM 型 IG 多元環は得られるかということを調べたい. $C = D(A)$ (D は基礎体による双対) で G が中山自己同型で生成される巡回群のとき, $A \times C = \widetilde{A \times C}/G$ は自明拡大多元環で自己入射多元環である. ここで $D(A)$ は入射余生成子であり, 入射余生成子の一般化として自然に余傾加群が考えられるため, C としては自己準同型多元環も A となる A 上の余傾加群を考えることとする.

(I)-2 有限 CM 型 IG 多元環上の CM 加群圏の Auslander-Reiten クイバーの分類 [8]:

自己入射多元環においては自動的に成り立つある仮定を考える. その仮定の下で, 自己入射多元環の場合と全く同様に有限 CM 型 IG 多元環上の CM 加群圏の Auslander-Reiten(=AR) クイバーは, Dynkin diagram Δ と $\mathbb{Z}\Delta$ の自己同型群 G , $\mathbb{Z}\Delta$ の頂点集合 \mathcal{C} (配置) から定まる並進クイバー $(\mathbb{Z}\Delta/G)_{\mathcal{C}}$ で与えられることがいえる. このとき問題は配置 \mathcal{C} を組み合わせ論的に特徴づけることとなる. 第二に, 自己入射多元環の場合を念頭に, この問題を考えることとしたい.

(I)-3 有限 CM 型 IG 多元環の分類:

第三に, 主に standard (直既約 CM 加群のなす圏が CM 加群圏の AR クイバーの mesh category と同値) の場合について, (I)-2 で分類した AR クイバーから実際に多元環を計算し, (I)-1 の方法で得られるものが全てかどうかを考察したい. それ以外のものがあれば, それを含むようなより一般的な構成を考えることとする. なお, non-standard な有限 CM 表現型 IG 多元環は, 自己入射的な場合の結果から, ごく少数と思われる.

(II) 安定次元 0 の Iwanaga-Gorenstein 多元環に関する研究.

IG 多元環において, CM 加群圏の安定圏の次元は安定次元と等しい. ゆえに IG 多元環が有限 CM 型であれば, 安定次元は 0 となる. ではその逆は成り立つであろうか, という疑問が自然に提起される. したがって, この疑問について考えることを第 4 の目標としたい. これは応募者の安定次元 0 の自己入射多元環についての結果の一般化となっている.

(III) JST CREST「ソフトマター記述言語の創造に向けた位相的データ解析理論の構築」における研究.

国立研究開発法人科学技術振興機構 (JST) の戦略的創造研究推進事業 CREST における研究領域「現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築」(研究総括: 坪井俊) の研究課題名「ソフトマター記述言語の創造に向けた位相的データ解析理論の構築」(代表者: 平岡裕章)において, 表現論班に所属しており, 第 5 に, その表現論の課題に取り組む予定である.

参考文献

- [1] M. Yoshiwaki, *Derived equivalences and tilting theory*, Master's Thesis, Osaka City University (2004).
- [2] M. Yoshiwaki, *On self-injective algebras of stable dimension zero*, Nagoya Math. J. 203 (2011), 101–108.
- [3] M. Yoshiwaki, *On selfinjective algebras of stable dimension zero*, Proceedings of the 43rd Symposium on Ring Theory and Representation Theory (Naruto, 2010), January 2011, pp. 85–93.
- [4] M. Yoshiwaki, *On selfinjective algebras having stable dimension zero*, Ph.D Thesis, Osaka City University (2011).
- [5] T. Aihara, T. Araya, O. Iyama, R. Takahashi and M. Yoshiwaki, *Dimensions of triangulated categories with respect to subcategories*, J. Algebra 399 (2014), 205–219.
- [6] M. Yoshiwaki, *Relative derived dimensions for cotilting modules*, preprint.
- [7] H. Minamoto, K. Yamaura and M. Yoshiwaki, *A construction of Iwanaga-Gorenstein algebras of finite Cohen-Macaulay type*, in preparation.
- [8] O. Iyama and M. Yoshiwaki, *Configurations for 1-Iwanaga-gorenstein algebras*, preprint.