

これまでの研究成果

綾野孝則

1. telescopic 曲線のシグマ関数に関する研究

代数曲線の定義方程式が与えられたとき、その幾何学的なデータからシグマ関数が定義されます [1]。本研究では、全ての代数曲線の定義方程式を与える三浦標準形 [3] を用いて、より広いクラスの代数曲線に対してまでシグマ関数を一般化することを行ってきました。本研究では、[4] の結果を一般化して、telescopic 曲線 [3] ((n, s) 曲線を含む) の場合に、正則微分形式のなすベクトル空間の基底、Fundamental differential of second kind と呼ばれる微分形式を定義方程式から構成しました (論文リスト 1-2)。これにより、 (n, s) 曲線のシグマ関数を自然に拡張することで、telescopic 曲線のシグマ関数も原点における級数展開の初期項が適当なシューア関数であり、さらに展開係数が定義方程式の係数の有理数係数の多項式であるという代数的性質を持つことが [4] と同様にして示せます。これはリーマンのテータ関数にはない性質です。また、[5, 6] の結果を一般化して、telescopic 曲線のシグマ関数と KP-hierarchy のタウ関数との関係、telescopic 曲線のシグマ関数の零点の性質、加法公式を示しました。(中屋敷氏との共同研究、論文リスト 1-3)。

2. ヤコビの逆公式の telescopic 曲線への一般化

種数 g の超楕円曲線上の g 個の点の座標は、そのアーベル・ヤコビ写像による像から超楕円シグマ関数を用いて逆に表示できることが知られています。この公式は松谷氏 [2] らにより、 (n, s) 曲線の特別な場合である $y^r = f(x)$ で定義される曲線に一般化されました。本研究では telescopic 曲線にまで [2] の公式を一般化し、その公式を用いて telescopic 曲線のシグマ関数の零点の性質を示しました (論文リスト 1-1)。また、この結果の応用として、ある条件を満たす telescopic 曲線において、曲線上の 1 点のアーベル・ヤコビ写像による像から元の点の座標を表示する公式を得ました。

3. 種数 3 の超楕円曲線のシグマ因子上の有理型関数体の生成元の導出

シグマ関数の零点の集合を周期による作用で割った商空間をシグマ因子といいます。本研究では、種数 3 の超楕円曲線 V のシグマ因子上の有理型関数のなす体 \mathcal{F} について考察しました。 V の 2 次の対称積上の有理型関数のなす体を \mathcal{G} とします。アーベル・ヤコビ写像により \mathcal{F} と \mathcal{G} は同型になります。本研究では、 \mathcal{G} の生成元を具体的に構成し、アーベル・ヤコビ写像を通して、 \mathcal{F} の生成元をシグマ関数を用いて導出しました (Buchstaber 氏との共同研究、論文リスト 2-1)。

参考文献

- [1] V.M. Buchstaber, V.Z.Enolski, D.V.Leykin, "Multi-Dimensional Sigma-Functions", arXiv:1208.0990.
- [2] S. Matsutani and E. Previato, "Jacobi inversion on strata of the Jacobian of the C_{rs} curve $y^r = f(x)$ ", J. Math. Soc. Japan, Volume 60, Number 4 (2008), 1009-1044.
- [3] S. Miura, "Linear codes on affine algebraic curves", Trans. IEICE J81-A (1998), 1398-1421.
- [4] A. Nakayashiki, "On algebraic expressions of sigma functions for (n, s) curves", Asian J. Math. 14 (2010), 175-211.
- [5] A. Nakayashiki, "Sigma function as a tau function", IMRN 2010-3 (2010), 373-394.
- [6] A. Nakayashiki and K. Yori, "Derivatives of Schur, tau and sigma functions, on Abel-Jacobi images", in Symmetries, Integrable Systems and Representations, K.Iohara et al. eds., Springer, 2012, 429-462.