

研究計画

橋本 伊都子

(1) 球対称問題の漸近形への漸近レートの導出

一次元バーガーズ方程式では、希薄波又は衝撃波が漸近形であるような境界条件でも、高次元空間における同方程式の球対称問題においては異なる漸近形をもつ場合があることを最近の応募者の研究成果により明らかにされた。そこで先ず、球対称問題の解が、これらの新たに発見された漸近形にいかなる速度で収束するか（漸近レート）を解明する。その際、空間次元と球対称性の優位性双方の観点から考察する。手法は L^1 エネルギー法と L^2 エネルギー法を融合し、次元数と非線形性のバランスを検証しながら最適な漸近レートを導出することを目指す。

(2) 衝撃波の漸近挙動の追跡

宇宙流体物理では、超新星爆発などにより気体が飛散する場合、衝撃波は自己相似解の如く振る舞うことが定説である。そこで、バーガーズ方程式の球対称解に対して偏微分方程式論的な見地から、自己相似解の存在および非存在を検証していく。目下のところ存在が期待できる自己相似解が、実際には同程式の衝撃波となっているかという問題は、数学、宇宙物理学双方の興味の対象である。粘性衝撃波の存在が明らかになれば、更なる問題としてその漸近安定性を解析する。同安定性の研究に対しては、1996年の西原-Liu氏による半空間における一次元単独粘性保存則に対する粘性衝撃波の解析手法と応募者が開発した重み付きエネルギー法の両者を駆使することで、突破口が開けることが期待できる。

(3) Barotropic Model の球対称問題の初期値境界値問題

圧縮性粘性流体を記述する Navier Stokes 方程式 (Barotropic Model) について、高次元空間における球対称問題の初期値境界値問題を研究する。申請者のこれまでのバーガーズ方程式に対する球対称問題の知見に基づき、双方の方程式の解について定性的および定量的な差異に着目することで、高次元 Barotropic Model について漸近安定性の解明を行う。バーガーズ方程式の球対称問題に見られたような1次元空間での漸近挙動の差異が現れるかどうかに着目しながら研究を推進する。将来的には気体の爆発問題の数学的理論の構築へと発展させることを目標とする。

(4) 3次元初期擾乱に関する球対称解への漸近安定性について

近年私は、高次元空間上のバーガーズ方程式の球対称問題の解の漸近解析を行ってきた。その際、対象となる主流の定常解は球対称であり、その摂動としての非定常流も球対称という制限を課した。即ち、初期擾乱が球対称の流れであれば、定常解及び摂動解の和として全体の流れの場も球対称という強い仮定の下で、解の時間無限大における漸近解析を考察した。しかし実在する気体の爆発現象においては、たとえ小さな球対称の初期擾乱であっても、流れの場は瞬時に非対称となり、それ故、摂動解は一般的な3次元の流れとして取り扱うことが自然である。高次元バーガーズ方程式において、主流の球対称定常解に非対称の初期擾乱を与えた場合について数学的理論を構築する。この方面の研究については、早稲田大学の小菌教授、山崎教授、及び東北大学の小川教授等により開発された Navier-Stokes 方程式に対する半群の摂動理論の方法や、九州大学の川島教授により発展した高次元空間上の粘性保存則の平面波に対するエネルギー法等を駆使し、これらの解の性質と差異を明らかにしつつ、高次元バーガーズ方程式固有の漸近解析を確立する。以上