

研究成果

橋本 要 (h-kaname@sci.osaka-cu.ac.jp)

Harvey と Lawson はキャリブレーションを利用してホモロジー体積最小性を持つ部分多様体を構成する方法を与え、特殊ホロノミー群をもつリーマン多様体において、ホモロジー類内で体積最小となる極小部分多様体の例を数多く構成した。特に、Calabi-Yau 多様体の場合、複素体積形式の実部がキャリブレーションになり、これによってキャリブレートされる部分多様体を特殊ラグランジュ部分多様体という。Strominger, Yau, Zaslow によって複素 3 次元 Calabi-Yau 多様体の間のミラー対称性は特殊ラグランジュ トーラスの双対ファイブレーションによって、幾何学的に解釈できると予想された。このことから、特殊ラグランジュ部分多様体に興味を持たれている。

研究課題の 1 つとして、非平坦な Calabi - Yau 多様体である階数 1 のコンパクト対称空間の余接束内の特殊ラグランジュ部分多様体の構成・幾何構造の考察をおこなっている。

このプロジェクトの初めとして球面内の余接束内に $SO(p) \times SO(q)$ ($p+q = n+1$) の作用で不変な特殊 Lagrange 部分多様体を構成し、分類をおこなった (論文 [1])。これは運動量写像を用いて余等質性 1 の ラグランジュ部分多様体を構成し、これが特殊ラグランジュ部分多様体になるための条件を常微分方程式によって与えるという手法である。さらに、この常微分方程式を解析することによって漸近挙動や特異点の様子を調べた。

球面内の等質超曲面は階数 2 の対称空間の線形イソトロピー表現として得られることが知られており Hsiang と Lawson により分類されている。論文 [1] では $SO(p) \times SO(q)$ の \mathbb{R}^{p+q} への作用の軌道として得られる等質超曲面をもとに議論をおこなっていることみなすことができる。したがって、この分類を用いて古典型の場合について論文 [1] と同様に運動量写像を用いる方法でラグランジュ軌道を決定し、特殊ラグランジュ部分多様体となる条件を求めた。(論文 [2])。

間下 克哉氏 (法政大) との共同研究において、論文 [1], [2] の統一的な拡張として球面内の等質超曲面から得られる球面の余接束内の余等質性 1 の特殊ラグランジュ部分多様体の完全な分類をおこなった。さらに、特殊ラグランジュ部分多様体になるための条件である微分方程式から、特異点の分岐の条件、漸近挙動などの解析をおこなった。(論文 [3])。