

# 今後の研究について

橋爪 惠

領域交差交換とそれに関連した様々な話題について以下のような研究を行う。

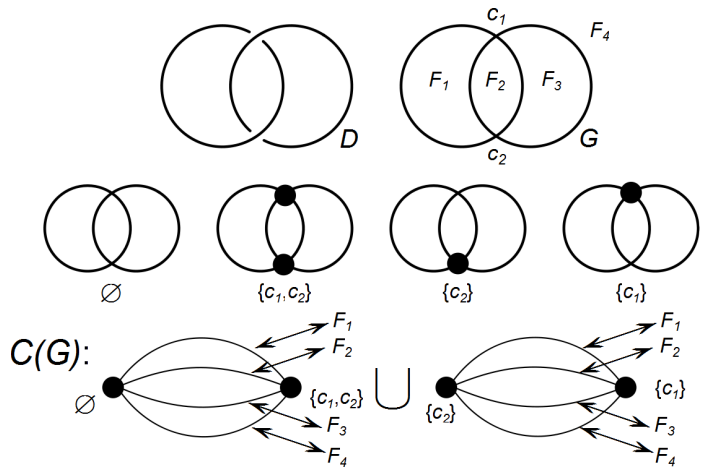
研究 1. **Virtual link diagram** に対する領域交差交換の理論を意識しつつ、現在の領域交差交換の概念の拡張を考え、それについて考察する。具体的な拡張の方向性としては、まず射影する曲面を球面から種数の高い閉曲面に拡張する。

研究 2. 射影図  $G$  が与えられたときそれに対応する 1 次元単体的複体  $C(G)$  を次のように定義する。

$C(G)$  の 0 単体は  $G$  の頂点の冪集合の元に対応し、二つの頂点  $v, v'$  に対して それらが辺で結ばれる必要十分条件は「 $(v$  に対応する  $G$  の頂点の集合) と  $(v'$  に対応する  $G$  の頂点の集合) の対称差」が 1 つの面での領域交差交換で移り合うことである。

この複体の“形”を考えることを新たな視点とし、理論の発展を図る。特に河内明夫-岸本健吾-清水理佳らの考案したスイッチングシステムの実用性やそれに基づくゲームの難

易度に関する研究や、井上歩-清水遼[IS]の結果の大域的理解に繋げる。また、結び目の射影図  $G$  に対しては清水氏の結果から、その複体  $C(G)$  は連結になることが分かる (図の例では  $C(G)$  は 2 成分からなることに注意せよ)。一方、井上-清水の領域凍結交差交換に関して同様の複体  $C'(G)$  を考えたとする。すると、井上-清水の結果は「ある結び目の射影図  $G$  でその複体  $C'(G)$  が連結でないようなものが存在する」ということを示した、と解釈できる。このように領域交差交換の“変種”を考えるとそれに対応して新しい複体を得られ、その幾何的な性質がこの変種の特性的に関わっていることが分かる。そこで、この“哲学”を展開して行くことを考える。



研究 3. 清水理佳氏[S]によって領域交差交換が結び目解消操作になっていることが示されている。従って領域交差交換結び目解消数という不変量が定義されるが、これに関する研究を行う。球面上の結び目の射影図 (球面曲線) に対して “射影されたライデマイスター移動” と呼ばれる変形が定義される。与えられた二つの球面曲線が特定の射影されたライデマイスター移動によって移り合うか、という問題は特異点理論等にも関係しており重要である。これに対して、伊藤昇-瀧村祐介-谷山公規[ITT], 伊藤-瀧村[IT], 伊藤[Ito]らは球面曲線のコードダイアグラムという概念を用いてこの問題に取り組んでいるが、このコードダイアグラムを用いた手法は領域交差交換の結び目解消数の評価にあたっても有用であると思われるので、その方向で研究を進める。

## 参考文献

[IS]A. Inoue, R. Shimizu, A subspecies of region crossing change, region freeze crossing change, Journal of Knot Theory and Its Ramifications, to appear.  
 [IT]N. Ito and Y. Takimura, Sub-chord diagrams of knot projections, Houston J. Math 41 (2015)  
 [ITT]N. Ito, Y. Takimura and K. Taniyama, Strong and weak (1, 3) homotopies on knot projections, Osaka J. Math. 52 (2015), p617-646  
 [Ito]N. Ito, Space of chord diagrams on spherical curves, preprint  
 [S]A. Shimizu, Region crossing change is unknotting operation, Journal of the Mathematical Society of Japan 66 (2014), 693-708