

これまでの研究成果のまとめ

河村 建吾

(1) 古典的結び目のクラスプ数について

クラスプ数とは 1970 年代に定義された古典的結び目の不変量であるが、クラスプ数についての研究はあまり進展がみられなかった。私は門上晃久氏との共同研究において素な古典的結び目のクラスプ数の決定を試みた。通常クラスプ数の決定は結び目種数と結び目解消数による下からの評価式を利用する。この方法から決定できない場合に対処するために古典的結び目のコンウェイ多項式に注目した。我々はクラスプ数が 2 以下である古典的結び目のコンウェイ多項式の代数的な性質を調べることで従来の方法からは決定できない素な結び目が無限個存在することを証明した。

(2) 曲面絡み目のダイアグラムとローズマン変形

曲面絡み目とは \mathbb{R}^4 内に埋め込まれた閉曲面のことである。曲面絡み目の \mathbb{R}^3 への射影像（に上下の情報を加えたもの）を曲面結び目のダイアグラムという。Roseman によって曲面絡み目の同値関係を生成するダイアグラムにおける 7 種類の局所変形（ローズマン変形という）が導入された。私は曲面絡み目のダイアグラムの幾何的な情報に注目することでローズマン変形の独立性の問題を完全に解決した。さらに田中心氏と大城佳奈子氏との共同研究では、同値な曲面絡み目を表す 2 つのダイアグラム D と D' で次を満たすものを構成した： D を D' に移すローズマン変形の有限列に 3 重点を含むローズマン変形が必ず現れる。

(3) リボン・クラスプ型曲面絡み目について

リボン交差のみを持つような特異ハンドル体の境界となる曲面絡み目のことをリボン型曲面絡み目という。鎌田聖一氏との共同研究において、3 次元のクラスプ交差を 4 次元版に拡張することでリボン・クラスプ型曲面絡み目を新しく導入した。リボン・クラスプ型曲面絡み目とはリボン交差とクラスプ交差のみを持つような特異ハンドル体の境界となる曲面絡み目のことである。我々はリボン型曲面絡み目について成り立つ幾何的な性質の類似がリボン・クラスプ型曲面絡み目に対しても成り立つことを証明した。

(4) カンドルを用いた特異曲面結び目の研究

90 年代後半に導入されたカンドルホモロジーはこれまでに様々なバリエーションがつくられている。曲面結び目のダイアグラムに対して通常のカンドルホモロジーの 3 コサイクルに付随する状態和を計算できる。この状態和はローズマン変形の下で不変であるから曲面結び目の不変量（カンドルコサイクル不変量という）となっている。私は特異曲面結び目についてのカンドルコサイクル不変量を導入するために新たなカンドルホモロジーを構成した。特異曲面結び目のダイアグラムに対して通常のカンドル 3 コサイクルに付随する状態和は特異曲面結び目の不変量とはならないが、新しく導入したカンドル 3 コサイクルを用いれば PN-変形とローズマン変形の下で不変となる状態和を得ることができる。また、カンドル彩色の観点から特異曲面結び目が S_*^2 -既約であるための十分条件を与え、 S_*^2 -既約である特異曲面結び目の具体例を構成した。