これまでの研究成果のまとめ

曲面上の曲線の安定同相類における有限型不変量：論文 [**2**]

多くの結び目不変量を統一的に扱うために膨大な不変量をクラス分けして考えるという有限型不変量の概念が Vassiliev により提唱された．さらにその後，結び目や絡み目の類似として，曲面上の曲線の安定同相類における有限型不変量の概念が定式化された．論文 [2] では，曲面上の曲線の安定同相類の一般化となる nanophrase 上に有限型不変量の概念を拡張し，その普遍有限型不変量を構成した．また，次数 1 の普遍有限型不変量が本質的に絡み数行列と同値であることを示した．さらに，球面上の曲線の安定同相類に対して，アーノルド不変量は次数 2 の有限型不変量であり，次数 2 の普遍有限型不変量ではないことを示した．

絡み目ホモトピーに対するミルナー不変量の仮想絡み目及びハンドル体絡み目への拡張とその分類：論文 [**1**], [**5**]

絡み目上の同値関係である絡み目ホモトピーとは，絡み目の“各成分同士の絡み度合い”を表す概念である．ミルナーにより絡み目ホモトピーの不変量としてミルナー不変量が定義された．ミルナー不変量は絡み目の絡み目ホモトピー類に対して非常に強力な不変量であることが知られている．論文 [1] では，絡み目を絡み目図式に仮想交点を許すことで一般化した仮想絡み目にミルナー不変量を拡張した．さらに，welded link に対しても不変量を拡張した．論文 [5] では水澤篤彦氏との共同研究により，有限個のハンドル体の 3 次元球面への埋め込みであるハンドル体絡み目に対し，絡み目ホモトピーの概念を導入した．さらにミルナー不変量のハンドル体絡み目の絡み目ホモトピー類に対する拡張を行った．任意のハンドル体絡み目に対し，その 1 次元ホモロジー群の基底を絡み目と見なすことでミルナー不変量を拡張した．また拡張した不変量を用いて，ハンドル体絡み目が自明であることの必要十分条件を与えた．さらに，拡張した不変量の族の低次の部分が消えているとき，絡み目ホモトピー類全体の集合とあるテンソル積空間の一般線形群の作用による剰余類との 1 対 1 対応を与えた．これにより，種数 2 以上の成分が 2 つ以下のハンドル体絡み目に対しては，単因子論により完全分類を与えた．

ミルナー不変量とホンフリー多項式との関係性の解明：論文 [**3**], [**4**]

Goussarov，葉廣が提唱したクラスパー理論により，有限型不変量のトポロジカルな特徴付けが与えられた．クラスパー理論とは，クラスパーと呼ばれる曲面から誘導される絡み目の局所変形理論である．Meilhan-安原はクラスパーと有限型不変量との関係を用いて，ある条件を満たす絡み目に対し，そのミルナー不変量の値が，その絡み目のあるバンド和によって得られる結び目のホンフリー多項式の係数で表せることを示した．論文 [3] では安原晃氏との共同研究により，絡み目の条件をある程度緩めたときにも関係式が成り立つようミルナー不変量とホンフリー多項式の関係式を改良した．特に，任意の絡み目に対し，長さ 4 のミルナー不変量をホンフリー多項式と絡み数によって完全に与えた．また論文 [4] では，ストリング絡み目に対するミルナー不変量とホンフリー多項式の係数との関係式を与えた．