今後の研究計画

大田武志

2009 年の Alday-Gaiotto-Tachikawa の仕事により, 2 次元共形場理論と 4 次元 $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論の間の対応が, 新たな注目を集めています. 2 次元理論の相関関数 (共形ブロック) は, ゲージ理論のインスタントン分配関数と同一視できることが示されたのです.

この「2 次元/4 次元対応」は, いろいろな一般化がなされてきました. その一つとして, 「q-変形」された 2 次元共形場理論と, 4 次元から 5 次元へ「q-もちあげ」された超対称ゲージ理論の間の対応が提唱されています. q 変形された 2 次元の理論は, q-Virasoro 代数や q-W 代数などの対称性を持ち, もともとの理論の持っていた対称性が q-変形されています. 一方, q-もちあげされた 5 次元ゲージ理論では, 第 5 次元方向が S^1 にコンパクト化されていて, コンパクト化の半径が $\log q$ に比例しています.

われわれは, 2 次元側での q のベキ根極限を調べ, q-Virasoro 代数や, q-W 代数から, パラフェルミオン代数が得られることを示しました. 引き続き, この極限を詳しく研究し, 「2 次元/4 次元対応」のさまざまな性質を解明することを目指します. とくに, A 型以外の ALE 空間上のゲージ理論やクイバー型のゲージ理論の場合に, どのように拡張がなされるかということも, とりあげてみたい研究テーマのひとつです. クイバー型ゲージ理論に付随した「ヤンギアン代数」というものが提唱されています. Schur-Weyl 対応において, ヤンギアン代数はヘッケ代数と関連しているので, こういった方向への拡張をこころみることは, ゲージ理論/共形場理論/行列模型対応についての理解をより深めてくれるでしょう.

また, q-Virasoro 代数や q-W 代数は, Ding-Iohara-Miki 代数とよばれるある Hopf 代数で, ある特別な構造関数を持つものに関係していることが知られています. この代数はさらなるパラメータ p を導入して, 構造関数を変更することにより楕円型の Ding-Iohara-Miki 代数と呼ばれるものに拡張できます. この楕円 Ding-Iohara-Miki 代数と関連する「楕円 Virasoro 代数」や「楕円 W 代数」の対称性をもつ相関関数やそれに対応した行列模型は, 6 次元 $\mathcal{N} = (2, 0)$ 超共形場理論の分配関数と関連すると予想するのは自然だと思われます. これらの対応を詳しく調べることを目指します. さらにその対応が成り立つとすると, 楕円代数のパラメータのベキ根極限を考え, 対応する 5 次元や 4 次元理論がどのようなものか明らかにすることも試みます.

そして, 最近われわれは, 3 次元の超対称 Chern-Simons-matter 行列模型の resolvent 関数に対する loop 方程式を考察しました. この模型における resolvent 関数に関する研究も引き続き行っていきたい. Planar 極限では, loop 方程式は resolvent 関数に対する 2 つの独立な 3 次代数方程式系となります. この loop 方程式は, 形の上では 2 行列模型の loop 方程式と似ていますが, resolvent 関数の性質が大きく異なっています. 含まれる物質の数が一般の場合, planar の場合でさえ, resolvent の具体形はよく理解されているとはいえない状況にあります. Resolvent 関数の性質の理解を深めることは, Chern-Simons-matter 理論の解明するうえで, 重要です.