研究計画

(1) (**GKM 多様体上の不変 Morse 函数**)

(M, T) を GKM 多様体とする. 一般の GKM 多様体上の T-不変 Morse 函数の存在に関して, 次を予想する:

「GKM 多様体 (M, T) について, M が T-不変 Morse 函数をもつためには, M が T-表現被覆をもつことが必要十分」

(表現被覆の定義については研究成果欄を参照). 必要性については以前の研究成果で既に示されているので, 十分性の証明だけが問題である. 上の予想はより一般的な設定で述べることができるが, この場合に限定したのは, 研究成果欄で述べた事実 (GKM 表現空間上の不変函数の Hesse 行列の構造) により, GKM 多様体の場合には不変函数の非退化性に関して著しく簡明な構造をもつことによる.

実際の構成には同変複素直線束から定まる運動量写像の類似物を用いることを考える. この構成と研究成果で述べた成果を合わせて不変 Morse 函数の構成を行う.

(2) (**GKM 多様体の軌道空間**)

トーラス多様体に関してはある条件の下で軌道空間の組み合わせ的構造を考えることが有用であることが知られている. このことの GKM 多様体版を確立したい. GKM 多様体の場合にはまず T の接表現の軌道空間の構造を捉えることが必要である. そこには角付き多様体を一般化した構造が出てくると思われる. その構造を正確に記述し, 一般論を構築したい.

(3) (**GKM 理論と Morse 理論**)

一般の GKM 多様体に対し, 同変コホモロジーの記述を Morse 理論の観点から理解したい. この場合は不変 Morse 函数をもたない GKM 多様体も無数に存在するので, 無限次元的手法が必要になると思われる.