研究計画

吉岡礼治

これまでに行ってきた研究をさらに進展させることを目的とする。特に 2d/4d(5d,6d) 対応の統一的理解を推し進める。

• 2d/4d(5d,6d) 対応

2 次元共形場理論と 4 次元超対称ゲージ理論の間に成り立つとされる、AGT 対応についての研究を行う。この対応関係は q 変形によって、2d/5d 対応に持ち上げられる。もちろん、変形パラメータ q を 1 とする極限において 2d/4d 対応が再現される。

上の対応関係の 2d 側で現れる q-Virasoro/W_N 代数は Ding-Iohara-Miki(DIM) 代数のレベル N 表現において現れることが知られていることから、この対応関係の背後で DIM 代数が大きな役割を果たしていると考えられる。DIM 代数は q 変形された $W_{1+\infty}$ 代数として得られたものである。そこでまず、$W_{1+\infty}$ 代数による拘束式を Schwinger-Dyson 方程式として導出するような行列模型のファミリーを構成し、その性質を調べたい。この研究を足掛かりとして、DIM 代数による拘束式を満たすような行列模型の構成に取り組む。Chern-Simons 行列模型や ABJM 行列模型など、興味深い性質を持つ模型もこのクラスに属すると考えられており、他の分野にも及ぶ大きな成果がもたらされると期待される。またこれらのゲージ理論との対応についても考察する。

さらに q-Virasoro 代数の遮蔽演算子は楕円量子群 $U_{p,q}(\hat{sl}_2)$ の生成カレントの一部になっている。一方 DIM 代数には量子群 $U_p(\hat{sl}_2)$ の一般化という側面もある。この事実は、DIM 代数の生成カレントが何らかの代数の遮蔽演算子の役割を果たすであろうことを示唆している。この代数がどういう性質を持つものなのかについて、その正体も含めて考察していきたい。また $U_{p,q}(\hat{sl}_2)$ は $q \to 0$ 極限で $U_p(\hat{sl}_2)$ になる。そこで 2d/5d 対応の $q \to 0$ 極限についても詳しく調べたい。

楕円化という手法により、2d/5d 対応は 2d/6d 対応へと持ち上がる。このとき 2 次元側では、楕円化された Virasoro 代数が現れると期待される。これまで行ってきた 2d/4d(5d) 対応に対する研究に基づき、楕円化による効果を調べたい。

また、この対応の応用として、ある古典極限を考えたとき、2d(CFT) 側から Gaudin 模型が、4d(ゲージ理論) 側から Heisenberg 模型と呼ばれる可積分系が現れることが知られている。すなわち、2d-4d 対応は異なる可積分模型の間にある種の対応が成り立つことを示している。これまでの 2d-4d(5d) 対応の研究をいかし、可積分系の対応の統一的理解を目指す。パラフェルミオニック CFT と ALE 空間上のゲージ理論に対する古典極限を考え、得られる可積分系について研究を行う。とくに、お互いの系を記述するスペクトル曲線等の対応を明らかにしたい。