

今後の研究計画

吉脇 理雄

(I) 有限 Cohen-Macaulay 型の Iwanaga-Gorenstein 多元環に関する研究 .

自己入射次元が左右とも有限で等しい値をとる多元環を Iwanaga-Gorenstein(=IG) という . IG 多元環は可換 Gorenstein 環と自己入射多元環の共通の一般化であり , 多くの研究者によって研究されてきた対象であるが , その表現論については分かっていないことが多い . IG 多元環の重要な性質として , Cohen-Macaulay(=CM) 加群という特別な加群のクラスが Frobenius 圏をなし , その安定圏が三角圏をなすことがあげられる . IG 多元環のうち , 直既約 CM 加群が同型を除いて有限個しか存在しないものを有限 CM 型という . 本研究計画の主目的は , IG 多元環の中でも最も基本的な有限 CM 型であるものの構成と分類である . これは自己入射多元環の場合の Tachikawa, Riedtmann らの理論の一般化とみなされる .

以下 , 自己入射次元が高々 1 の IG 多元環について考えることとする .

(I)-1 有限 CM 型の IG 多元環の構成 [8] : (肯定的な結果を得たが , 現在も改良中である .)

A を Dynkin 型の遺伝多元環とし , C を A - A -両側加群とする . 第一に , A と C から得られる反復多元環 $\widetilde{A \times C}$ をある群 G で割った軌道多元環 $\widetilde{A \times C} / G$ として , 有限 CM 型 IG 多元環は得られるかということを調べたい . $C = D(A)$ (D は基礎体による双対) で G が中山自己同型で生成される巡回群のとき , $A \times C = \widetilde{A \times C} / G$ は自明拡大多元環で自己入射多元環である . ここで $D(A)$ は入射余生成子であり , 入射余生成子の一般化として自然に余傾加群が考えられるため , C としては自己準同型多元環も A となる A 上の余傾加群を考えることとする .

(I)-2 有限 CM 型 IG 多元環上の CM 加群圏の Auslander-Reiten クイバーの分類 [9] :

自己入射多元環においては自動的に成り立つある仮定を考える . その仮定の下で , 自己入射多元環の場合と全く同様に有限 CM 型 IG 多元環上の CM 加群圏の Auslander-Reiten(=AR) クイバーは , Dynkin diagram Δ と $\mathbb{Z}\Delta$ の自己同型群 G , $\mathbb{Z}\Delta$ の頂点集合 \mathcal{C} (配置) から定まる並進クイバー $(\mathbb{Z}\Delta / G)_{\mathcal{C}}$ で与えられることがいえる . このとき問題は配置 \mathcal{C} を組み合わせ論的に特徴づけることとなる . 第二に , 自己入射多元環の場合を念頭に , この問題を考えることとしたい .

(I)-3 有限 CM 型 IG 多元環の分類 :

第三に , 主に standard(直既約 CM 加群のなす圏が CM 加群圏の AR クイバーの mesh category と同値) の場合について , (I)-2 で分類した AR クイバーから実際に多元環を計算し , (I)-1 の方法で得られるものが全てかどうかを考察したい . それ以外のものがあれば , それを含むようなより一般的な構成を考えることとする .

(II) 安定次元 0 の Iwanaga-Gorenstein 多元環に関する研究 .

IG 多元環において , CM 加群圏の安定圏の次元は安定次元と等しい . ゆえに IG 多元環が有限 CM 型であれば , 安定次元は 0 となる . ではその逆は成り立つであろうか , という疑問が自然に提起される . したがって , この疑問について考えることを第 4 の目標としたい . 特に (I)-1([8]) で構成した IG 多元環 $\widetilde{A \times C} / G$ に限った場合についても考えたい . これは応募者の安定次元 0 の自己入射多元環についての結果の一般化となっている [2, 3, 4] .

(III) JST CREST 「ソフトマター記述言語の創造に向けた位相的データ解析理論の構築」における研究 .

国立研究開発法人科学技術振興機構 (JST) の戦略的創造研究推進事業 CREST における研究領域「現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築」(研究総括 : 坪井俊) の研究課題名「ソフトマター記述言語の創造に向けた位相的データ解析理論の構築」(代表者 : 平岡裕章) において , 表現論班に所属しており , 第 5 に , その表現論の課題に取り組む予定である . 例えば [6] で構築した分解論の応用を考えたい .