

[今後の研究計画] 本研究は、彩色数不変量と量子 $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ 不変量をより強い不変量にして、ハンドル体結び目を分類し、3次元多様体の不変量に応用することを目指す。これまで別々に多くのハンドル体結び目の不変量が定義されてきたが、ほとんどが彩色数不変量で非自明な量子不変量は量子 $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ 不変量しかなかった。そして各不変量の強弱や独立性はほとんど分かっていなかった。この状況に対して、申請者はこれを統合する新しい不変量を定義して、統一的な理解を目指す。以下の図1のようなハンドル体結び目の不変量とそれらの相関関係が研究の指針となる。通常の結び目の理論でもこの図に似た相関関係がある(ただし、結び目理論の場合は摂動的 \mathfrak{g} 不変量はなく、普遍摂動的不変量の代わりに Kontsevich 不変量がある)。通常の結び目理論と同様な展開をハンドル体結び目で目指すのである。

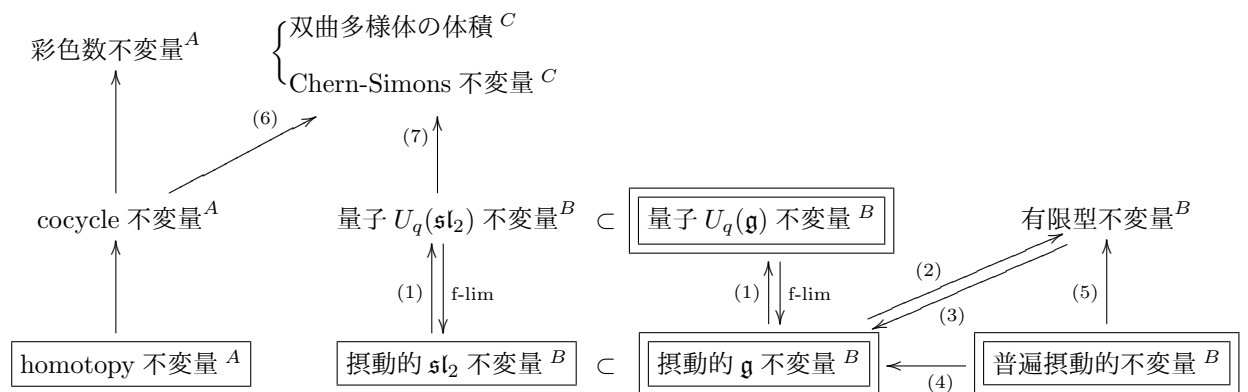


図 1: 不変量の相関図

ここで、四角で囲まれていない不変量は既に定義されたハンドル体結び目の不変量である。□ は申請者が定義した不変量, □ はこれから定義して、研究をおこなう不変量である。また A という上付き添え字は、quandle を用いた彩色数不変量であることを表す。同様に B は量子不変量, C は双曲幾何学の不変量であることを表す。さらに図の中の矢印は、不変量から矢印の先の不変量が導けることを表している。つまり、矢印の元のほうが強い不変量である。図1の(1)~(7)は申請者がたてた予想である(種数2のハンドル体結び目に対しては無条件に成り立ち、一般のハンドル体結び目でも適切な条件をつければ成り立つと予想している)。(1)「Lawrence 予想」の類似。(2)係数が有限型不変量という予想。(3)Weight system が定義されるという予想。(4)「LMO 予想」の類似。(5)任意の有限型不変量が導けるという予想。(6)双曲体積または、Chern-Simons 不変量になる cocycle が存在するという予想。(7)「体積予想」の類似。