(2) 今後の研究計画

真瀬 真樹子

(i) 研究目的・意義

代数幾何学の方法により代数的複素 $K3$ 曲面の幾何学的な性質について理解を深める事が目的である. 以下, 簡単の為, 代数的複素 $K3$ 曲面を単に $K3$ 曲面と呼ぶ.

近年, $K3$ 曲面は弦理論, ミラー対称性理論, 共形場理論など数理物理と深く関連することがわかってきた. トレリ型定理と [Nikulin] により, $K3$ 曲面の代数幾何学的な研究手法は格子理論によるものが非常に多い. このように $K3$ 曲面は豊かな幾何学的性質を持っているので興味深い研究対象であることがわかる.

本研究では, 格子理論を用いつつ, リー代数やワイエルシュトラス半群の考え方を取り入れた新手法を用いて, 次の課題を考える.

課題 1. $K3$ 曲面とリー群の間の写像のモジュライ空間の研究.

課題 2. 特異点の変形により得られる $K3$ 曲面族の間の双対性の研究.

課題 3. 直線で生成されるピカール格子を持つクンマー曲面の射影モデルの存在.

(ii) 研究内容

<u>課題 1</u>　楕円 $K3$ 曲面は底空間が複素射影直線で一般ファイバーが楕円曲線である. 複素射影直線は球面に同相なので, 行列式が 1 に等しい行列の集合として, リー群と捉えることができる. 従って楕円 $K3$ 曲面からリー群へ写像が自然に存在する. 多様体とリー群の間の写像は調和写像との関係もあり微分幾何や微分方程式との関連でも重要な対象である. 本研究ではまず $K3$ 曲面から, リー群の例であるグラスマン多様体への正則写像のモジュライを調べ, その後より一般の写像のモジュライを研究する.

<u>課題 2</u>　[Arnold] により分類と標準形が得られた空間内の超曲面孤立特異点は, 重要な不変量としてモダリティや a-不変量を持つ.

モダリティが 2 以下または a 不変量が 1 以下の超曲面特異点については可逆多項式の転置双対性によってある種不変量の間に組合せ論的双対性が成立することが知られている [Ebeling-高橋][Ebeling-Ploog]. 更に [真瀬-植田] と [真瀬] は一部の双対組がドルガチェフの意味で $K3$ 曲面族の格子の双対性を持つ事を結論付けた.

本研究では, 特異点のミルナー格子と $K3$ 曲面族のピカール格子との関係を調べ $K3$ 曲面族のホモロジー群により双対性を意味付けし, 特異点に対する "unfolding" の底空間上のフロベニウス構造の特徴付けを行う.

<u>課題 3</u>　$(1,n)$-極付きアーベル曲面に作用する対合から生じる特異点を解消した $K3$ 曲面をクンマー曲面という. 本研究では, $n \leq 3$ の場合の研究 [Garbagnati-Sarti] を拡張して, 各 $n \geq 4$ に対してクンマー曲面の極付きを与える因子との交点数が 1, かつ, 自己交点数が -2 であるクンマー曲面上のネフ因子の存在を考察する.

(iii) 研究の展望

非特異フェルマー型 4 次曲面としての $K3$ 曲面の代数的サイクルについては [青木-塩田] の深い研究があるが, その他の射影モデルについては未知な部分が多い. 課題 2 は代数的サイクルと消滅サイクルの入れ替え現象を主張する, ホモロジー的ミラー対称性の証拠を与え得る. 本研究は $K3$ 曲面の射影モデル上の代数的サイクルの研究に応用されると考えられる.