これまでの研究

嶺山　良介

有限生成群や幾何学的対象についてその「無限遠方」の情報や漸近的な量からその対象の幾何学的特徴を調べる研究を行っている。

Coxeter 群：Hohlweg・Labbe・Ripoll は無限コクセター群の射影的な作用を導入することによってそのルート系を系統的に研究する道筋を提唱した。この研究で鍵となるのは無限集合であるルート系の集積点集合を調べることである。彼らはその集積点集合の分布に関する予想を同論文で述べていた。応募者は東谷章弘氏と中島規博氏との共同研究でこの予想を「$n+1$ 元生成コクセター群に付随する二次形式の符号数が $(n, 1)$ である」という仮定の下で肯定的に解決した。この発展として単独の研究で、上記の作用は双曲空間の等長変換としての作用を定めることから上の仮定をみたすコクセター群はクライン群であり、ルート系の集積点集合がクライン群としての極限集合と一致することを示した。

Teichmüller 空間：タイヒミュラー空間論において Royden による「タイヒミュラー空間の双正則自己同型群と底空間の写像類群は同型」という結果は重要である。応募者は宮地秀樹氏との共同研究でこの定理の別証明を得た。その証明の独創的な点は、従来では単位接束を用いて微視的な構造を調べていたのに対して巨視的な構造である無限遠境界を用いたことである。

Hilbert geometry の粗幾何学：ユークリッド空間の有界凸領域にはヒルベルト距離と呼ばれる距離が定まり、固有な距離空間になる。この空間はヒルベルト幾何と呼ばれる。応募者は尾國新一氏との共同研究において任意のヒルベルト幾何は粗幾何学的に良い性質である「一様可縮性」と「有界粗幾何学」を持つことを示した。加えて、ヒルベルト距離を備えた領域の狭義凸性は領域の自然な境界が粗幾何学的に良い境界（コロナ）となるための必要十分条件であることを証明した。これらの系として良い境界を持つヒルベルト幾何では粗ノビコフ予想が正しいことを示した。

自由群の外部自己同型：Calegari・Sun・Wang によって写像類群の元に対して定義された「ファイバーの通約性」を東北大学の正井氏と共同で自由群の外部自己同型の「通約性」として導入し、詳しく調べた。曲面における場合（写像類群）では、Nielsen-Thurston による写像類の分類が通約性によって保たれることが知られている。自由群の外部自己同型においても Nielsen-Thurston に対応する分類が存在し、全既約と呼ばれる自己同型類は擬アノソフと似た性質を持つことが知られている。しかし、擬アノソフの場合とは異なり、全既約な元は reducible な元によって被覆される場合がある。これはその自己同型類が geometric であるという性質を持つ場合に起こる。正井氏との共同研究において、non-geometric かつ全既約であるという性質は通約性で保たれることを示した。また、定義から通約類には自然に順序が定まる。この半順序に関して極小元がいくつ存在するのかということは重要な問題である。実際、三次元多様体における通約性はよく調べられており、三次元双曲多様体において極小元が有限個であるか無限個であるかは数論的であるかないかの違いになる。特に擬アノソフな元の通約類にはただ一つの極小元が存在することが知られている。正井氏との共同研究において、全既約な自己同型に対してもある種の幾何学的な条件の下、通約類は唯一の極小元を持つことを示した。