今後の研究計画

余等質 1 の南部後藤ストリングの可積分性とキリングテンソルに関するもの

時空に計量を不変とするような等長変換が存在すると、その変換を生成するキリングベクトルが存在する。そのような時空にストリングを埋め込むとき、その 1 方向にキリングベクトルが沿うようなストリングを考えることができる。キリングベクトルに沿う方向には世界面は等質であり、それと異なる方向には非等質である。このような系を余等質 1 と呼ぶことにする。

南部後藤作用から導出されるストリングの運動方程式は偏微分方程式であるが、余等質 1 のストリングにおいては常微分方程式で表される。この常微分方程式はキリングベクトルに沿った方向について同一視を行った軌道空間におけるある計量のもとでの測地線が満たす方程式となっている。この系は軌道空間の計量をハミルトニアンとした力学系と等価であり、十分な数の保存量が存在すれば可積分となる。

極大対称空間に埋め込まれた余等質 1 の南部後藤ストリングに対応する軌道空間には、十分な数のキリングベクトルやキリングテンソルが存在し、それらから保存量を構成することができて可積分となる。この軌道空間のキリングテンソルは、もとの極大対称空間に存在した共形キリングテンソルに由来するが、極大対称空間の共形キリングテンソルは可約であり、共形キリングベクトルで表すことができる。この例の場合、実際にはキリングベクトルだけで表すことができ、もとの時空の対称性の一部が壊れて軌道空間の既約なキリングテンソルになったと解釈することができる。

一般に、極大対称ではない空間においては、全ての余等質 1 ストリングは可積分とはならない。これらの中には、$T^{p,q}$ 空間($pq \neq 0$)のように全ての測地線が可積分であるにも関わらず全ての余等質 1 ストリングが可積分とはならない例や、極大対称に次いで対称性の高いフビニ・スタディ計量をもつ空間で全ての余等質 1 ストリングが可積分となる例があり、興味深い。全ての余等質 1 ストリングが可積分となるか否かの境界がどこにあるのか、軌道空間に既約キリングテンソルが存在するかどうかという観点から、その条件を探る。

圏論的量子力学と線形論理に関するもの

アブラムスキーとクックにより始められた圏論的量子力学は、量子状態の空間を対象、それらの間の遷移を射とする圏を構成して量子力学の公理系を圏論的に表現するもので、量子テレポーテーションなどの量子プロトコルを図式で表現することに成功している。一方論理学における証明の圏論的意味論では、命題を圏の対象とし、命題から命題に至る証明を対象間の射として扱う。これらは一見無関係に思えるが、圏論を通じて同じ構造として捉えることができる。

たとえば古典論理では「A ならば、A かつ A」という推論規則(縮約規則)が成り立つが、この規則が成立しないような非古典論理を構成することが可能である。そのような論理の例として線形論理がある。古典論理では A という命題を縮約規則を使って複製できるので、証明の中で何度でも A という命題を利用できるが、線形論理では A という命題を証明の中で一度使用すると消費されてしまい、もう一度使用することはできない。

この縮約規則による命題の複製が、量子力学における量子状態の複製に相当しているという指摘がなされている。任意の量子状態の完全な複製は不可能であるので、量子力学の構造を記述するためには線形論理のような縮約規則のない論理を用いる必要があるのではないかと考えられる。このような観点から、線形論理もしくはそれに類する部分構造論理を用いて量子力学を再記述することを試みる。