これまでの研究成果のまとめ

大田武志

2次元共形場理論のコンフォーマルブロックのDotsenko-Fateev多重積分は、β変形した行列模型のなかのSelberg型のものと解釈できるということを見出した。われわれはJack対称多項式に付随した積分公式を用いることにより、q-展開係数を計算する手法を確立した。この手法を適用することにより、β変形した行列模型が、2次元共形場理論のコンフォーマルブロックと4次元$\mathcal{N}=2$超対称$SU(2)$ゲージ理論のフレーバーの数が$N_f=4$の場合のNekrasov分配関数の母関数として利用できることを示した(Publication List の論文[28])。

Selberg型β変形用列模型において、対応するNekrasov分配関数が$SU(2)$ゲージ理論のフレーバー数が$N_f=4$のものから$N_f=3$、そして$N_f=2$となるようなスケーリング極限を考察した([29])。

アフィン$A_n^{(1)}$リー代数に基づくβ変形クイバー行列模型を導入し、そのVirasoro拘束条件を求め、$n=1,2$の場合により具体的にループ方程式を決定した([30])。

(W)AGT予想は、4次元の$\mathcal{N}=2$超対称ゲージ理論の分配関数と、Virasoro対称性やW対称性をもつ2次元理論のコンフォーマルブロックとの間に対応があるという予想である。これまでに、いろいろな場合に確認がなされている。この(W)AGT予想の「q-変形」版があり、5次元に「q-もちあげ」したゲージ理論の分配関数と、q-変形したVirasoro/W対称性の「コンフォーマルブロック」との間に対応がなりたつことを主張している。このq-変形版の(W)AGT予想から出発して、qをr次のべき根にもっていく極限をうまくとると、4次元のA型のALE空間上の超対称ゲージ理論の分配関数と、2次元超対称Virasoro対称性やそれを一般化した対称性を持つ共形場理論のコンフォーマルブロックとの間の対応が自然に、統一的に理解できることを論証した([32])。また, q-変形Virasoro代数や, q-W代数において, パラメータqを1のベキ根にする極限を考えることによって、パラフェルミオン代数が現れることを示した。([34])。

q-AGT予想に基づき、$SU(2)$ゲージ理論の5次元版Nekrasov分配関数の形から、q-変形したコンフォーマルブロックを与える頂点演算子を決定した。その頂点演算子と遮蔽演算子を用いて、q-変形されたブロックのクーロンガス表示を得た。すこし, 頂点演算子の挿入位置をずらすことによって、このq-ブロックがNekrasov関数と一致することをインスタントン展開の低い次数において確認した([35])。

超対称Cherrn-Simons-matter行列模型において、レゾルベントの従うSchwinger-Dyson方程式系を考察した。Planar極限において、それらのループ方程式が、レゾルベントに対する2つの独立な3次代数方程式になることを示した([36])。

レベル1の楕円代数$U_{q,p}(\widehat{\mathfrak{g}})$が、2次元場の理論と5次元超対称ゲージ理論の対応において、ダイナミカルな対称性として、重要な役割を果たすことを議論した。楕円版のFrenkel-Kac構成で、$U_{q,p}(\widehat{\mathfrak{sl}}(2))$代数のレベル1の加群を構成することができる。変形パラメータpのある1のベキ根極限において、パラフェルミオン系と自由ボソンが現れる。そして、2d/5d対応は、パラViraosoro対称性をもつ2次元のコセットCFTと$\mathbb{R}^4/\mathbb{Z}_r$空間上の4次元$\mathcal{N}=2$ $SU(2)$ゲージ理論の間の対応に帰着する([37])。