今後の研究計画　　齋藤 洋介

楕円 Ruijsenaars 作用素の固有関数と楕円 Ding-Iohara-Miki 代数の表現論

楕円 Ruijsenaars 系は $q, t \in \mathbb{C}^\times$ という q-変形のパラメータと $p \in \mathbb{C}$ という楕円関数化のパラメータを持っている．q, t, p が全く一般的にとられている場合には, 楕円 Ruijsenaars 系の解を得ることは非常に困難であると思われている．これに対し, q と t に特殊な関係がある場合には, 楕円 Ruijsenaars 系のある特殊な解を得ることが可能である．

まず小森-野海-白石らは, 楕円 Ruijsenaars 作用素の dual Cauchy type の kernel function と呼ばれるものの存在を示し, また q と t が balancing condition と呼ばれる関係式を満たすとき, この kernel function の満たす関数等式を証明した．一方, 筆者はこの小森-野海-白石らの結果を自由場表示の立場から解釈できることを示した．更に, q と t が balancing condition を満たすとき, dual Cauchy type の kernel function の満たす関数等式に注目することで, 楕円 Ruijsenaars 作用素のある固有関数が得られることを筆者が明らかにした．この固有関数は, 基本対称式と呼ばれる対称多項式の楕円関数化であるとみなすことができる．

筆者が dual Cauchy type の kernel function の満たす関数等式を自由場表示によって導く際, この kernel function はあるボソンの作用素の相関関数として表示されている．このときに用いられるボソンの作用素は, 楕円 Ding-Iohara-Miki 代数のある intertwining operator であると理解できる．このことから, dual Cauchy type の kernel function から得られる楕円 Ruijsenaars 作用素の固有関数は, 楕円 Ding-Iohara-Miki 代数の表現論の立場から理解できると考えられる．また, 長谷川の 1995 年の仕事である「2 つのパラメータ q と t が balancing condition を満たす場合, A 型 affine Lie 環の既約指標が楕円 Ruijsenaars 作用素の固有関数になる」という結果と何らかの関係があるものと考えられる．