研究計画

塚本真由 (tsukamoto@sci.osaka-cu.ac.jp)

1. 強準遺伝自己準同型代数についての研究.

Cline–Parshall–Scott は Lie 代数の表現圏に現れる性質を抽象化することで最高ウェイト圏の概念を導入し, これをアルチン代数の観点から研究するために準遺伝代数の概念を導入した. 準遺伝代数は Dlab–Ringel をはじめとして盛んに研究されている. Iyama のアルチン代数の表現次元の有限性定理を契機とし, Ringel は片側強準遺伝 (right-strongly quasi-hereditary) 代数を準遺伝代数の特別なクラスとして導入した. 代数の表現論では, 片側強準遺伝代数は自己準同型代数として実現されることが多い. 実際, 前射影代数 (preprojective algebra) 上のある団傾 (cluster tinting) 加群の自己準同型代数, Auslander 代数 や Auslander–Dlab–Ringel (以下 ADR) 代数などは片側強準遺伝自己準同型代数である.

本研究の目的の一つは, このような例を含む片側強準遺伝自己準同型代数の新たな構成を与えることである. 2017 年に Coulembier は ADR 代数の一般化となる新たなアルチン代数のクラスを導入し, この代数のクラスが準遺伝代数となるための十分条件を与えた. 応募者はある条件の下で, Coulembier の代数が自己準同型代数として実現されることを証明した. そこで次の問題に取り掛かることは極めて自然である.

問題 1. いつ Coulembier の自己準同型代数は片側強準遺伝代数の構造を持つか?

本研究では, この問題に解答を与えると共に, 前射影代数上のある団傾加群の自己準同型代数と Auslander 代数が Coulembier の自己準同型代数によって実現されることを証明する.

2. Coulembier の自己準同型代数の Koszul 性についての研究.

本研究の目的は, Coulembier の自己準同型代数が Koszul 代数となる判定法を与えることである. 応募者は ADR 代数が強準遺伝代数となる特徴付けを与えた. また強準遺伝 ADR 代数が道の長さによって Koszul 代数となることの特徴付けを与えた (本研究は T. Adachi, A. Chan 両氏との共同研究で進めている). 先にも述べた通り, Coulembier の自己準同型代数は ADR 代数の一般化である. そこで ADR 代数の場合と同様に Coulembier の自己準同型代数が強準遺伝代数となるとき, これが Koszul となることの特徴付けを与えることを目指す. また Coulembier の準遺伝自己準同型代数が Koszul であるとき, 二つの古典的な双対が存在する. 一つは Ringel 双対と呼ばれる準遺伝代数構造から導かれる双対で, もう一つは Koszul 双対と呼ばれる代数の Koszul 性から従う双対である. そこで次の問題に取り組む.

問題 2. Coulembier の準遺伝自己準同型代数において, その Ringel 双対と Koszul 双対は可換となるか?

Mazorchuk は次数付き準遺伝代数が balanced と呼ばれる性質を満たすとき, その準遺伝代数は Koszul でありその Ringel 双対と Koszul 双対は可換になることを証明した. そこで本研究では, Coulembier の準遺伝自己準同型代数が balanced となる条件について考察する.

3. τ 圏の削除鎖の研究.

応募者は現在までの研究において, 有限表現型アルチン代数上の有限生成加群のなす圏及びアルチン代数上の有限生成射影加群のなす圏が削除鎖を持つことの特徴付けを代数の言葉で与えた. アルチン代数上の加群圏は, Iyama によって整環の表現を調べるために導入された τ 圏となる. また τ 圏の構造は, Auslander–Reiten クイバーで記述される. そこで, 応募者は τ 圏の削除鎖を組合せ論の観点から研究し, τ 圏が削除鎖を持つことの特徴付けを与える. 更にその応用として, 相対 Auslander 代数が強準遺伝代数となる特徴付けを与えることを目指す. この結果は研究成果 3 の結果の一般化である.