研究成果

(1) (**GKM 表現空間上の不変函数**)

GKM 多様体上の不変 Morse 函数の存在定理を確立するために, GKM 表現空間上の不変函数の構造を調べた. 不変 Morse 函数の存在定理を得るためには, 固定点における Hessian の構造を明らかにする必要がある. そこでこれについて考察し, 適切な座標に関して, Hessian が対角型になることを証明した. これは Morse の補題の GKM 類似といえる.

驚くべきことに, この事実の証明過程において, GKM 条件が自然に現れる. これにより, GKM 条件は Morse 理論的な性質のものであることが判明した.

(2) (**GKM グラフのグラフ同変コホモロジー剛性**)

同変形式的 GKM 多様体はその同変コホモロジーが組み合わせ論と強く結びつけられる空間である. これはトーリック多様体の一般化というのが 1 つの見方であるが, GKM 理論における分類論というのはまだ確立されていない. そこで, GKM 理論における分類論を展開すべく, GKM グラフのグラフ同変コホモロジーに関するある種の剛性を示した (これは Masuda の結果の GKM 的な一般化を与えている).

証明には 1-イデアルという新しい対象を考えることがポイントとなる. 1-イデアルは非常に単純な概念であるが, 「1-スケルトンの代数化」というアイデアを実現する重要なものであり, グラフ同変コホモロジーの代数自己同型の下で非常にうまく振る舞う.