今後の研究計画

吉脇　理雄

(I) 有限 Cohen-Macaulay 型の Iwanaga-Gorenstein 多元環に関する研究.

自己入射次元が左右とも有限で等しい値をとる多元環を Iwanaga-Gorenstein(=IG) という．IG 多元環は可換 Gorenstein 環と自己入射多元環の共通の一般化であり，多くの研究者によって研究されてきた対象であるが，その表現論については分かっていないことが多い．IG 多元環の重要な性質として，Cohen-Macaulay(=CM) 加群という特別な加群のクラスが Frobenius 圏をなし，その安定圏が三角圏をなすことがあげられる．IG 多元環のうち，直既約 CM 加群が同型を除いて有限個しか存在しないものを有限 CM 型という．本研究計画の主目的は，IG 多元環の中でも最も基本的な有限 CM 型であるものの構成と分類である．これは自己入射多元環の場合の Tachikawa, Riedtmann らの理論の一般化とみなされる．以下，自己入射次元は高々 1 とする．

(I)-1 有限 CM 型の IG 多元環の構成 [10]：（肯定的な結果を得たが，現在も改良中である．）

A を Dynkin 型の遺伝多元環とし，C を A-A-両側加群とする．第一に，A と C から得られる反復多元環 $R(A,C)$ をある群 G で割った軌道多元環 $R(A,C)/G$ として，有限 CM 型 IG 多元環は得られるかということを調べたい．$C=D(A)$（D は基礎体による双対）で G が中山自己同型で生成される巡回群のとき，$A \ltimes C = R(A,C)/G$ は自明拡大多元環で自己入射多元環である．ここで $D(A)$ は入射余生成子であり，入射余生成子の一般化として自然に余傾加群が考えられるため，C としては自己準同型多元環も A となる A 上の余傾加群を考えることとする．

(I)-2 有限 CM 型 IG 多元環上の CM 加群圏の AR クイバーの分類 [11]：

自己入射多元環においては自動的に成り立つある仮定を考える．その仮定の下で，自己入射多元環の場合と全く同様に有限 CM 型 IG 多元環上の CM 加群圏の AR クイバーは，Dynkin diagram Δ と $\mathbb{Z}\Delta$ の頂点集合 $\mathcal{C}$(配置)，$\mathbb{Z}\Delta$ の自己同型群 H($H\Delta=\Delta$) から定まる並進クイバー $(\mathbb{Z}\Delta)_{\mathcal{C}}/H$ で与えられることがいえる．このとき問題は配置 $\mathcal{C}$ を組み合わせ論的に特徴づけることとなる．第二に，自己入射多元環の場合を念頭にこの問題を考えることとしたい．

(I)-3 有限 CM 型 IG 多元環の分類：

第三に，主に standard（直既約 CM 加群のなす圏が CM 加群圏の AR クイバーの mesh category と同値）の場合について，**(I)-2** で分類した AR クイバーから実際に多元環を計算し，**(I)-1** の方法で得られるものが全てかどうかを考察したい．それ以外のものがあれば，それを含むようなより一般的な構成を考えることとする．

(II) 安定次元 0 の Iwanaga-Gorenstein 多元環に関する研究.

IG 多元環において，CM 加群圏の安定圏の次元は安定次元と等しい．ゆえに IG 多元環が有限 CM 型であれば，安定次元は 0 となる．ではその逆は成り立つであろうか，という疑問が自然に提起される．したがって，この疑問について考えることを第 4 の目標としたい．特に **(I)-1**([10]) で構成した IG 多元環 $R(A,C)/G$ に限った場合についても考えたい．これは応募者の安定次元 0 の自己入射多元環についての結果の一般化となっている [2, 3, 4].

(III) 位相的データ解析への応用に関する研究.

(III)-1：理化学研究所革新知能統合研究センターのトポロジカルデータ解析チーム（チームリーダー：平岡 裕章）に所属しており，第 5 に，その表現論の課題に取り組む予定である．

(III)-2：第 6 に，位相的データ解析の土台の一つである「安定性定理」の代数的一般化について取り組む予定である．