これまでの研究成果

私は対称性を持つ空間の幾何学・トポロジーとその組み合わせ論との関係を調べています．以下はそのうち主要な研究結果をまとめたものです．

Hessenberg 多様体のトポロジーと幾何（論文リスト [1.1], [1.2], [1.3], [1.4], [1.5], [2.1]）

• 枡田幹也氏，原田芽ぐみ氏，堀口達也氏との共同研究にて，A 型の冪零な正則 Hessenberg 多様体 $\mathrm{Hess}(N,h)$ のコホモロジー環 $H^*(\mathrm{Hess}(N,h);\mathbb{Q})$ の明示的な表示を与え，さらに半単純な正則 Hessenberg 多様体 $\mathrm{Hess}(S,h)$ のコホモロジー環への対称群の表現の不変部分環 $H^*(\mathrm{Hess}(S,h);\mathbb{Q})^{\mathfrak{S}_n}$ を考察し，2 つの Hessenberg 多様体のコホモロジーを結びつける環同型 $H^*(\mathrm{Hess}(N,h);\mathbb{Q}) \cong H^*(\mathrm{Hess}(S,h);\mathbb{Q})^{\mathfrak{S}_n}$ を得た．

• Peter Crooks 氏との共同研究にて，極小冪零軌道に付随する Hessenberg 多様体を調べ，オイラー数，既約成分の記述，コホモロジー環の一つの記述などを与えた．

• Lauren DeDieu 氏，Federico Galetto 氏，原田芽ぐみ氏との共同研究にて，A 型の冪零な正則 Hessenberg 多様体 $\mathrm{Hess}(N,h)$ が局所完全交叉であることを示した．同時に，半単純な正則 Hessenberg 多様体が冪零な正則 Hessenberg 多様体に退化する平坦族を調べ，応用として $\mathrm{Hess}(N,h)$ の射影埋め込みの次数を計算した．また，A_2 型の Peterson 多様体の有理関数体上のある付値についてこの Newton-Okounkov 体を具体的に決定した．

• 枡田幹也氏，堀口達也氏との共同研究にて，Hessenberg 関数が $h=(h(1),n,\ldots,n)$ という形をしているケースについて，半単純な正則 Hessenberg 多様体 $\mathrm{Hess}(S,h)$ のコホモロジーの環構造を明示的に決定した．環としての生成元を見出すために，$\mathrm{Hess}(S,h)$ への自然なトーラス作用に関する同変コホモロジーとその GKM 理論を用いた．

• 曾昊智氏，藤田直樹氏との共同研究にて，一般の Lie 型での正則 Hessenberg 多様体全体の成す平坦族を調べ，正則 Hessenberg 多様体が局所完全交差であることや，全ての正則 Hessenberg 多様体が旗多様体のホモロジーにおいて同じサイクルを定めることを示した．さらに，正則 Hessenberg 多様体の構造層の高次コホモロジーが消滅していることを証明した．

• Peter Crooks 氏との共同研究にて，Hessenberg 多様体のある族の全空間の上に自然な正則 Poisson 構造と完全可積分系があり，さらに完全可積分系の構造を保つ形で戸田格子がこの Poisson 多様体に埋め込まれることを示した．

ルート系に付随するトーリック多様体の交叉数とヤング図（論文リスト [1.9]）

ルート系 Φ が与えられたとき，その Weyl の部屋の集まりは扇と見なすことができ，非特異かつ射影的なトーリック多様体 $X(\Phi)$ が定まる．本論文では，ルート系 Φ が古典型または G_2 型の場合に $X(\Phi)$ のトーラス不変因子の交叉数をヤング図を用いて計算する組み合わせ論的な規則を与えた．$X(\Phi)$ のコホモロジー群は幾何的に定まるある基底を持つが，交叉数の計算法の応用として，この基底に関する構造定数を帰納的に計算する公式を得た．

重み付きグラスマンのシューベルトカルキュラス (論文リスト [1.8], [1.10])

本研究は松村朝雄氏との共同研究である．我々は重み付きグラスマン軌道体のコホモロジー環にシューベルト類を定義し，その構造定数の公式を記述した．また，シューア多項式の重み付きの類似を導入し，幾何・表現論との関係を調べた．