阿部翠空星

＜これまでの研究成果＞

［（１）有限体上の Alexander quandle の 4-cocycle について］曲面絡み目の不変量に Quandle shadow cocycle 不変量がある．これを計算するには具体的な quandle 4-cocycle が必要である．有限体上の Alexander quandle X に対して非自明な 4-cocycle を多項式で表示した．さらに，この quandle の $H^2_Q(X;\mathbb{Z})\cong 0$ のときに $H^4_Q(X;\mathbb{Z})$ を決定した．この研究は野坂武史氏によりさらに発展があった．有限体上の Alexander quandle の場合 (より一般には regular quandle で十分である．) は普遍係数定理と hurewicz 準同型定理により $H^2_Q(X;\mathbb{Z})\cong 0 \Rightarrow H^4_Q(X;\mathbb{Z})\cong \pi_3(BX)$ が導かれた．これにより，曲面絡み目の quandle homotopy 不変量の生成元が決定された．

［（２）Willerton 予想］一般に，正規化した d 次の素な vassiliev 不変量 v_d に対して，結び目 K が n 交点図式をもつとき，$v_d(K)$ の値は n^d のオーダーでおさえられることが知られている．よって，集合 $\left\{\left(\dfrac{v_2(K)}{n^2},\dfrac{v_3(K)}{n^3}\right)\in\mathbb{R}^2 \middle| K \text{ は } n \text{ 交点図式をもつ}\right\}$ は有界である．いくつかの結び目に対して点をプロットすると fish-like graph が表れる．この図形がトーラス結び目に対してどのような形になるか求めた．さらに，この結び目に対して Willerton 予想を完全に解決した．

［（３）Quandle (shadow) cocycle 不変量と有限型不変量の関係］Quandle (shadow) cocycle 不変量と量子不変量は集合論的 Yang-Baxter 方程式以外の関係以外はよくわかっていなかった．結び目の R 行列のパラメータに関してベキ級数展開することにより Quandle (shadow) cocycle 不変量からある種の有限型 (Vassiliev) 不変量が導けることを示した．さらに，これを 3 次元多様体に応用して一般の 3 次元多様体に大槪型不変量とは異なる有限型不変量を再定義した．この不変量は具体的なレンズ空間や Brieskorn 多様体に対して計算可能であり空集合でないことが示された．不変量の強さは少なくとも Dijkgraaf-Witten 不変量よりは強力な不変量である．

［（４）空間三価グラフの新しい量子 $U_q(\mathfrak{g})$ 不変量の定義］既に定義された空間グラフの量子 $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ 不変量より強力な新しい量子 $U_q(\mathfrak{g})$ 不変量を定義した．この不変量には以下の利点がある．従来の量子 $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ 不変量では区別できなかった補空間が同相である空間三価グラフが区別できる．摂動的 $\mathfrak{g}$ 不変量と普遍摂動的不変量が定義出来て比較的簡単に摂動的 $\mathfrak{sl}_2$ 不変量が計算できる．表現論やプリオングラフへの応用がある．

［（５）Quandle shadow cocycle 不変量から Vassiliev 不変量を導く］結び目の Quandle shadow cocycle 不変量から Vassiliev 不変量を導出する展開公式を定義した．Vassiliev 不変量の終集合を $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ と考えることが重要であった．