これまでの研究成果のまとめ

濵田法行

私の主たる研究テーマは低次元トポロジー, 特に, 写像類群を介しての可微分4次元多様体の研究である. より詳しく言うと, 様々な特徴をもった新しいレフシェッツ・ペンシルを発見してきたことがこの分野への私の最大の貢献であり, 写像類群を用いた組み合わせ的方法によるレフシェッツ・ペンシルの構成には際立った技術をもっていると自負している. レフシェッツ・ペンシルはシンプレクティック多様体のトポロジカルな表現だとも見なせる; したがって, 私の関心は, 4次元シンプレクティックトポロジーや（シンプレクティック4次元多様体の境界としての）接触3次元多様体にも延びている.

レフシェッツ・ペンシルはもともと非特異射影代数多様体のトポロジーを研究するために導入されたもので, したがって正則(holomorphic)レフシェッツ・ペンシルが古典的な興味の対象であった. しかしながら, 1990年代後半に, レフシェッツ・ペンシルと**シンプレクティック多様体**との間に優れた対応関係があることが明らかにされ, 今ではこのことがレフシェッツ・ペンシル構造を研究する最大の動機となっている. つまり, 次の基本定理が成り立つ: 閉多様体はレフシェッツ・ペンシルの構造をもつとき, またそのときに限り, シンプレクティック構造を許容する. この事実から我々はシンプレクティック多様体をレフシェッツ・ペンシルを通して研究することができる.

私は主に, 基本的なシンプレクティック4次元多様体の上に具体的にレフシェッツ・ペンシルを構成したり, 興味深い性質をもつレフシェッツ・ペンシル（ないしはレフシェッツ束）を構成することを研究テーマとしてきた. 論文 [1]では, トーラスを底空間とするレフシェッツ束の特異ファイバーの最小本数について調べ, かなり良い上限を与えた. 論文 [2]は4次元トーラス上の正則レフシェッツ・ペンシルについての詳細な研究である. 論文 [3]では, 様々な非正則レフシェッツ・ペンシルを体系的に構成している. 論文 [4]では, Matsumoto-Cadavid-Korkmazレフシェッツ束と呼ばれる非常に基本的なレフシェッツ束のペンシル構造を緻密に調べ, 様々なペンシルを構成した. 論文 [5]ではすでによく知られていた種数1のレフシェッツ・ペンシルについて非常に単純な表示を与えた.

References

[1] N. Hamada, *Upper bounds for the minimal number of singular fibers in a Lefschetz fibration over the torus*, Michigan Math. J. **63** (2014), 275-–291.

[2] N. Hamada and K. Hayano, *Topology of holomorphic Lefschetz pencils on the four-torus*, Algebr. Geom. Topol. **18** (2018), no. 3, 1515–1572.

[3] N. Hamada, R. Kobayashi and N. Monden, *Non-holomorphic Lefschetz fibrations with* (-1)*-sections*, to appear in Pacific J. Math.; also available at https://arxiv.org/abs/1609.02420.

[4] N. Hamada, *Sections of the Matsumoto-Cadavid-Korkmaz Lefschetz fibration*, preprint; https://arxiv.org/abs/1610.08458

[5] N. Hamada, *Simple expressions for the holed torus relations*, preprint(2017); https://arxiv.org/abs/1701.02171.