(2) 今後の研究計画

真瀬 真樹子

(i) 研究目的・意義

この研究では, 複素代数 $K3$ 曲面の代数幾何学的な性質を理解することが目的である. 複素代数 $K3$ 曲面を単に $K3$ 曲面と呼ぶ.

$K3$ 曲面の幾何学は特異点理論, シンプレクティック幾何学, ホモロジカルミラー予想と深く関わっていることが知られている. 特に Ebeling, Takahashi, Ploog らにより, 可逆多項式は $K3$ 曲面族に対応することが知られている.

この研究では $K3$ 曲面を単独で研究するだけでなく, $K3$ 曲面族のミラー対称性的な現象と絡めてその性質を調べていきたい.

課題

1. 特異点の "coupling" に対応した $K3$ 曲面族の間の双対性について.
2. ホモロジカルミラー予想と可逆多項式の双対性との関係について.
3. $K3$ 曲面内の点付き曲線の Weierstrass 半群について.
4. $K3$ 曲面と Lie 群の間の写像のモジュライ空間について.

(ii) 研究内容

課題 1　Ebeling により導入された特異点の "coupling" は Yonemura の 95 のリストに挙げられた, 4 変数の重み付き同次多項式として射影化される. この課題においては, coupling のペアが Batyrev-Borisov ミラー対称性や $K3$ 曲面族の Picard 格子の間の双対性に拡張されるか, について調べたい.

課題 2

ここではこのホモロジカルミラー予想と, bimodal 特異点の奇妙な双対性, $K3$ 曲面族の間の Batyrev-Borisov ミラー, 及び Picard 格子の間の双対性との関係について調べる.

この研究により, bimodal 特異点の奇妙な双対性が $K3$ 曲面族の Picard 格子の間の双対性に拡張することの計算のみに頼らない証明を与えることができると予想している.

また, $K3$ 曲面族のホモロジー群の間の双対性と特異点の "unfolding" の空間の Frobenius 空間との間の関係性についても理解できると想定している.

課題 3　(神奈川工科大学の米田二良 教授との共同研究)　与えられた半群を Weierstrass 半群として持つ点付き曲線を構成することは代数曲線論の重要な問題である.

この研究では, この問題を $K3$ 曲面に対して解くことにより, Weierstrass 半群により部分多様体を色分けすることにより $K3$ 曲面を特徴付けたい.

課題 4　定義より, 楕円的 $K3$ 曲面から Lie 群への写像が自然と存在している. 調和写像との関わりにおいては多様体から Lie 群への写像を研究することは微分幾何や微分方程式の視点からも重要な課題である. 本研究においては $K3$ 曲面から Grassmann 多様体への正則写像のモジュライ空間を特徴付けし, 一般的な場合に拡張していきたい.

(iii) 研究の展望

本研究では, $K3$ 曲面の部分多様体の情報を多く特徴付けできると考えている. 更に, $K3$ 曲面の射影モデル上の代数的サイクルの研究に応用できると考えている.