今後の研究計画 --- 松下　泰雄
22019 年度申請

今後の研究計画の基本テーマは、やはり不定計量空間についてである。

１．４次元多様体では、Riemann 曲率の Weyl 成分は対角化が可能であるが、ローレンツ計量における曲率は Petrov タイプに分類される。それは、構造群が SO(p,q) という擬回転群の性質を反映しているといえる。ところで、SO(p,q) の不変被覆群であるスピノール群 Spin(p,q) を構造群としてベクトル場をスピノール場としてとらえると、曲率テンソルの分類がさらに細かくなり、多様体の構造をより詳細に調べることができる。
２．したがって、いままで、SO(p,q)を構造群とする幾何学を主として研究してきたが、多様体の基本的性質から、スピノール群 Spin(p,q)を構造群とする幾何学を研究していきたい。
３．この方向で、すでに 4 次元 Walker 計量についてのスピノール解析による論文を３編発表している。これらは、Penrose の学生だった Peter R. Law との共同研究として行っている。
４．Walker 計量は、ヌルの平行平面場を許容するというある意味特殊な多様体であるが、その特殊性ゆえに様々な解析が可能となっているように思われる。実は、Walker 計量には第 I 種と第 II 種があるが、多くの研究結果はほとんどが第 I 種にたいしてのものである。現在、第 II 種に関しての新しい結果を見いだしつつあり、近々論文にまとめるところである。
５．これをきっかけに、第 I 種 Walker 計量とはかなり異質の第 II 種 Walker 計量の幾何学を探求したい。

以上は、現在、すぐに取りかかろうとしている具体的研究計画であるが、不定計量空間の計量を対応する作用素に置き換えてみると、特にローレンの場合それは波動方程式となる。また、４次元ニュートラル計量に対しては、ウルトラ・ハイパーボリック方程式という Fritz John が研究してきた偏微分方程式となる。それで、これらの偏微分方程式の解と多様体の曲率との関係など、リーマン幾何における指標定理に対応するような、しかも多様体上の微分方程式を通じた物理との関係なども追求していきたい。