

今後の研究計画

余等質 1 の南部後藤ストリングの可積分性に関するもの

時空内の点粒子の運動は測地線で表される。測地線方程式は時空の計量をハミルトニアンとした力学系と等価であり、互いに可換な十分な数の保存量が存在すれば可積分となる。時空に対称性がある場合、対称性に応じたキリングベクトル場が存在し、そのキリングベクトルから構成される保存量の数が十分であれば、その時空内の測地線は可積分となる。一方、カー時空のように対称性が低くキリングベクトルの数は十分でなくとも、測地線が可積分となることがある。このような時空は「隠れた対称性」があると称され、キリングテンソルの存在が新しい保存量の存在を保証し、測地線方程式を可積分にしていることが知られている。

このような点粒子(0次元の物体)の運動と結びついた「隠れた対称性」と同様に、ストリング(1次元の物体)の運動と結びついた「隠れた対称性」が存在するのではないかとという観点から、ストリングの可積分性と結びついた時空の隠れた対称性について考える。

測地線方程式を自然に一般化し、ストリングの運動の軌跡である世界面の面積を作用としたものが南部後藤ストリングである。しかし、一般の南部後藤ストリングがすべて可積分であるという要求は時空に強すぎる制限を課すため、そうした時空の例は多くない。そこで、本研究では余等質 1 の南部後藤ストリング(世界面の 1 方向にのみキリングベクトル場が沿うようなストリング)に着目し、そのすべてが可積分となる時空はどのようなものであるかについて考える。最大対称時空はすべての余等質 1 ストリングが可積分であるが、準最大対称時空ではそうでないものが存在する。全ての余等質 1 ストリングが可積分となるか否かの境界がどこにあるのか、その条件を探る。

圏論的量子力学と線形論理に関するもの

アブラムスキーとクックにより始められた圏論的量子力学は、量子状態の空間を対象、それらの間の遷移を射とする圏を構成して量子力学の公理系を圏論的に表現するもので、量子テレポーテーションなどの量子プロトコルを図式で表現することに成功している。一方論理学における証明の圏論的意味論では、命題を圏の対象とし、命題から命題に至る証明を対象間の射として扱う。これらは一見無関係に思えるが、圏論を通じて同じ構造として捉えることができる。

たとえば古典論理では「A ならば、A かつ A」という推論規則(縮約規則)が成り立つが、この規則が成立しないような非古典論理を構成することが可能である。そのような論理の例として線形論理がある。古典論理では A という命題を縮約規則を使って複製できるので、証明の中で何度でも A という命題を利用できるが、線形論理では A という命題を証明の中で一度使用すると消費されてしまい、もう一度使用することはできない。

この縮約規則による命題の複製が、量子力学における量子状態の複製に相当しているという指摘がなされている。任意の量子状態の完全な複製は不可能であるので、量子力学の構造を記述するためには線形論理のような縮約規則のない論理を用いる必要があるのではないかと考えられる。このような観点から、線形論理もしくはそれに類する部分構造論理を用いて量子力学を再記述することを試みる。