これまでの研究成果

岡崎真也

3 次元球面 S^3 に埋め込まれた種数 g のハンドル体を種数 g のハンドル体結び目と呼び、H で表す。ふたつのハンドル体結び目が同値であるとは一方が他方に S^3 のアイソトピーでうつることをいう。H をメリディアンディスク系で切ると S^3 内の結ばれたソリッドトーラスが得られる。その結ばれたソリッドトーラスを結び目とみなし、H の内在的結び目という。内在的結び目はメリディアンディスク系の選び方に依存する。ハンドル体結び目のメリディアンディスク系は無限に存在するので、ハンドル体結び目の内在的結び目も無限に存在する。$CK(H)$ を H の内在的結び目全体からなる集合とする。

Litherland は [2] において θ_g-曲線に対してアレクサンダー多項式の別バージョンを導入した。Litherland のアレクサンダー多項式は θ_g-曲線の内在的結び目の情報を含んでいる。我々は θ_g-曲線の Litherland のアレクサンダー多項式を H とその基点付きメリディアン系の組に拡張した。

K を S^3 内の結び目とする。K の中西指数 $m(K)$ を K の全てのアレクサンダー正方行列の最小のサイズとする。$\Delta_K(t)$ を K のアレクサンダー多項式、即ち K の補空間の不変アーベル被覆の 1 番目ホモロジー群の $m \times n$ 表現行列の $(n-d+1)$ 小行列式の最大公約多項式とする。このとき以下の結果が得られた。

定理 1 [O.]
$K \in CK(4_1) \Rightarrow m(K) \leq 1$ または $\Delta_K(t)$ は既約。

ここで、4_1 は 6 交点までの種数 2 のハンドル体結び目の表 [1] で与えられるものである。定理 1 より結び目 9_{35} がハンドル体結び目 4_1 の内在的結び目ではないことが示せる。

参考文献

[1] A. Ishii, K. Kishimoto, H. Moriuchi, and M. Suzuki, *A table of genus two handlebody-knots up to six crossings*, Journal of Knot Theory Ramifications **21**, No. 4, (2012) 1250035, 9 pp.

[2] R. Litherland, *The Alexander module of a knotted theta-curve*, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. **106** (1989), 95–106.