今後の研究計画

大森俊明

指数調和写像の調和写像論への応用

- 論文リストの［5］において，応募者は，指数調和写像に対する次の形の時間発展型方程式の時間大域解の存在を値域が非正曲率である場合に証明した:

$$\partial_t u = \Delta_g u + \langle \nabla |\nabla u|^2, \nabla u \rangle + A(u)(\nabla u, \nabla u). \tag{1}$$

  実は，この方程式の解に対する勾配評価は多様体の幾何に無関係に成り立ち，よって時間大域解の存在は曲率の仮定無しに従うことが期待される．解の高階評価を得るのが本研究の第一目標である．その為には，Dibenedetto-Friedman による，alternating argument が有効であると考えている．

- (1) の解，指数調和写像流を用いることにより，調和写像の近似列としての指数調和写像列の特異点解析を精密に行えると考えている．曲面からの指数調和写像流の解析により特異点から現れるバブルを特定し，曲面調和写像のモジュライ空間の構造を調べたい．

- 指数調和写像流 (1) に対する測地球の半径に関する単調性公式が得られれば，高次元の場合でも特異点解析が可能となり，高次元調和写像の新たな存在理論が展開できる．単調性公式を得るのは本研究の重要な課題の一つである．

- ［4］において，応募者は，ある曲率の条件下で，指数エネルギー有界な指数調和写像が定数に限ることを示した．同曲率の条件下で，像が有界な指数調和関数の定数性についても期待でき，付加的な条件の下での肯定的解決がいくつか知られている．［4］におけるテクニックを用いてこの問題への完全解決を目指したい．

- ［7］において，応募者らは，球面間の同変指数調和写像を具体的に構成した．調和写像の場合とは異なり，球面間の同変指数調和写像は常に存在することが証明された．球面のホモトピー群の各類が調和写像によって代表されるかという古典的な問題は未だに完全な解決には至っていない．応募者は，同変指数調和写像を用いてこの問題に対する新たな知見を与えたいと考えている．

グラフに対する離散曲面論

- ［4］において，応募者らは，いくつかの具体的な離散曲面の Goldberg-Coxeter（GC）構成に対して平均曲率と Gauss 曲率の計算を行った．GC 構成は与えられた離散曲面の細分と考えられ，その収束や極限に興味を持っている．応募者は離散曲面の GC 構成の収束に関する一般論の構築を目標に研究を行う．

- ［6］において，応募者らは，3-分岐または 4-分岐有限グラフの GC 構成上のラプラシアンの固有値を調べたが，固有値分布の極限分布の決定までは至っていない．極限分布を求めるのが本研究の目標の一つである．GC 構成に対してトレース公式の適用は難しいと考えられ，そこで，GC 構成内の平路の数え上げが解決への糸口ではないかと考えている．