

今後の研究計画

劉 暁静

研究題目「古典的不等式の精密化とその非線形楕円型方程式への応用の研究」のもとに具体的に以下の具体的な課題を中心に研究を行う予定であります。

- 1、準線形楕円型作用素に対する境界まで込めた測度値の「Kato の不等式」の研究
- 2、様々な重み付き Hardy 型不等式の研究
- 3、重み付き有界変動関数空間における CNK 型不等式の精密化と対称性の崩れの研究

課題 1 について： 現在まで境界内部の Kato の不等式について研究を行ってきましたが、これからは境界を込めた Kato の不等式に関する問題を含めて研究します。この研究では $p=2$ の場合に Brezis-Ponce(2008)の結果により $\Delta p u=0$ でも $\Delta p u^+$ ($u^+=\max[0, u]$) は有界な測度には必ずしもなりません、彼らはあるクラス X を考えれば、 $\Delta p u^+$ が意味を持つという事を中心に境界まで込めて加藤の不等式を考察しました。この結果を $p \neq 2$ の場合にも応用したいと考えています。

課題 2 について： 本研究における重み付き Hardy 型不等式の研究とは境界からの距離を重みとする Hardy 型不等式の精密化と対応する非線形偏微分方程式の研究である。この研究では Brezis-Marcus(1997)の一般的な Hardy 型不等式より境界からの距離を重みとする Hardy 型不等式を $\alpha < 1-1/p$ (noncritical 場合)、 $\alpha = 1-1/p$ (critical 場合) に拡張したい、また不等式の最良定数も研究したいと思っています。

課題 3 について： 本研究における CNK 型不等式とは、パラメータを含む古典的な重み付きハーディ不等式と重み付きソボレフ型不等式を統一する不等式で、重み関数として「原点からの距離の全ての冪」が許容され、パラメータの値により冪を非臨界と臨界に分けることで新しい視点から古典不等式を統一的に扱うことができます (c. f. [数学、第 68 巻第 1 号 2016 年 1 月冬季号]、堀内利郎 著)。これまでの研究で $p > 1$ の場合には最良定数を実現する解の存在、最良定数のパラメータに関する連続性、対称性の崩れ等が組織的に解明されました。また臨界の場合には右辺が対数項を含む異なる形の不等式となることが解明されています。これらを踏まえて、「非臨界で $p=1$ の不等式と同値な BV 空間(有界変動関数空間)に置ける変分問題の解の存在と対称性の崩れの研究」を予定しています。特に、対称性の崩れが起こる範囲を可能な限り定量的に解明したい。一方、 $p > 1$ の場合には線形化法がある程度有効であったので、この方面の研究も進める予定があります。特に、BV 空間を用いる解析は非線形の場合にはまだ余りなく、この分野の先駆けとなると考えています。