今後の研究計画　齋藤 洋介

楕円 Ruijsenaars 系と楕円曲線の差分変形

楕円 Calogero-Moser 系は楕円関数ポテンシャルを持つ量子多体系である．この系のハミルトニアンを H^{CM}, τ を楕円モジュラスとするとき, 解として

$$H^{\mathrm{CM}}\Psi=\frac{\partial\Psi}{\partial\tau}$$

という方程式を満たすものが存在する．このような τ-微分が現れることは, 楕円曲線上の共形場理論の立場からも自然なことである．

一方で, 楕円 Ruijsenaars 系は楕円 Calogero-Moser 系の q-変形である．楕円 Ruijsenaars 系の解を構成することは, 特殊な場合を除いてほとんどできていないのが現状である．楕円 Calogero-Moser 系の τ-微分を伴う解の存在を思い起こすと, 楕円 Ruijsenaars 系の解として, 楕円モジュラス τ の差分を伴う解が構成できることが期待される．τ-微分が楕円曲線の無限小変形の効果を表すと解釈するとき, τ を差分的にずらすというのは, 楕円曲線の何らかの意味での差分変形に対応していると考えられる．筆者は, ここに述べたような意味での楕円 Ruijsenaars 系に現れるべき楕円モジュラスの差分変形を特定することを目指している．

研究の方法として, Felder-Varchenko らの q-KZB equation の理論に着目するものがあると考える．楕円曲線上の共形場理論は楕円曲線の無限小変形の理論によって定式化されている．よって, この場合の理論の相関関数の満たす微分方程式である KZB 方程式は τ-微分を含んでおり, これは楕円 Calogero-Moser 系と関係を持つことが知られている．Felder-Varchenko らは KZB 方程式の q-変形を考察し, その中で楕円モジュラス τ の差分を含むものを導入した (q-KZB heat equation と呼ばれる)．筆者は, 楕円 Ruijsenaars 系においても, Felder-Varchenko らが提唱した q-KZB heat equation に類似した楕円モジュラス τ の差分変形が現れると予想する．